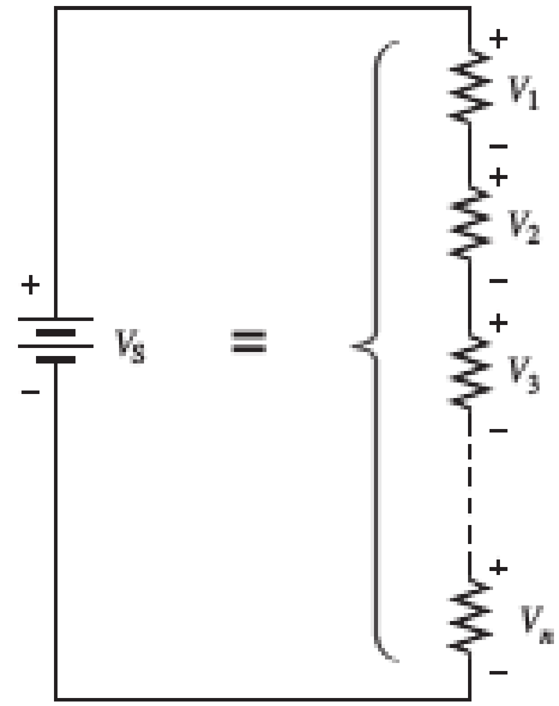
Métodos de Mallas y Nodos

Prof. Jhon J. Padilla A., PhD.

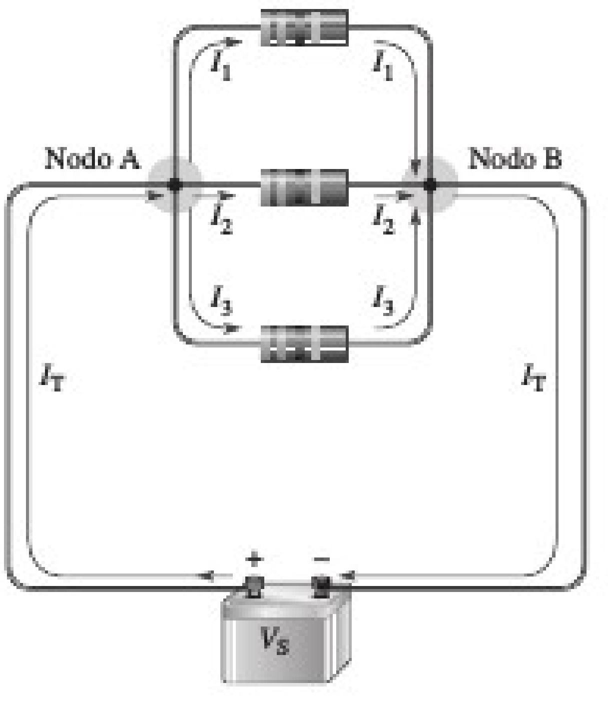
Ley de Voltajes de Kirchoff

- En un circuito, la suma de todas las caídas de voltaje localizadas en una trayectoria cerrada única es igual al voltaje de fuente total encontrado en dicha espira.
- $V_S = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n$



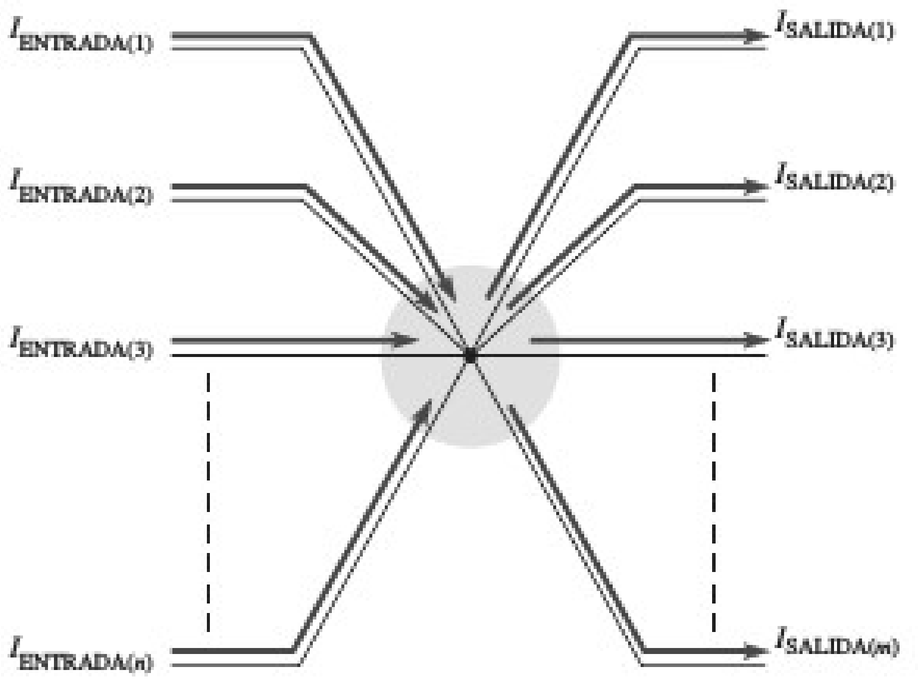
Ley de Corrientes de Kirchoff

- La suma de las corrientes que entran a un nodo (corriente total de entrada) es igual a la suma de las corrientes que salen de dicho nodo (corriente total de salida).
- Un nodo es cualquier punto o unión en un circuito donde dos o más componentes están conectados.



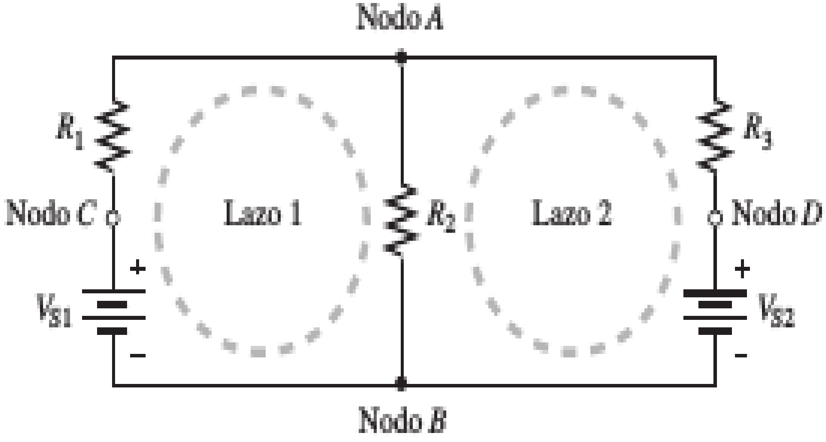
$I_T = I_1 + I_2 + I_3$

Ley de Corrientes de Kirchoff



$$I_{ENTR(1)} + I_{ENTR(2)} + I_{ENTR(3)} + \ldots + I_{ENTR(n)} = I_{SALIDA(1)} + I_{SALIDA(2)} + I_{SALIDA(3)} + \ldots I_{SALIDA(m)}$$

Nodos, Ramas y Lazos



LAZOS:
-En este circuito, hay sólo dos lazos no redundantes.
- Un lazo es una trayectoria completa para la corriente que circula en un circuito
- Un conjunto de lazos no redundantes puede ser visto como un conjunto de "marcos de ventana", donde cada marco representa un lazo no redundante.

NODOS:
- Además, hay cuatro nodos indicados mediante las letras A, B, C y D.
- Un nodo es un punto donde se conectan dos o más componentes.

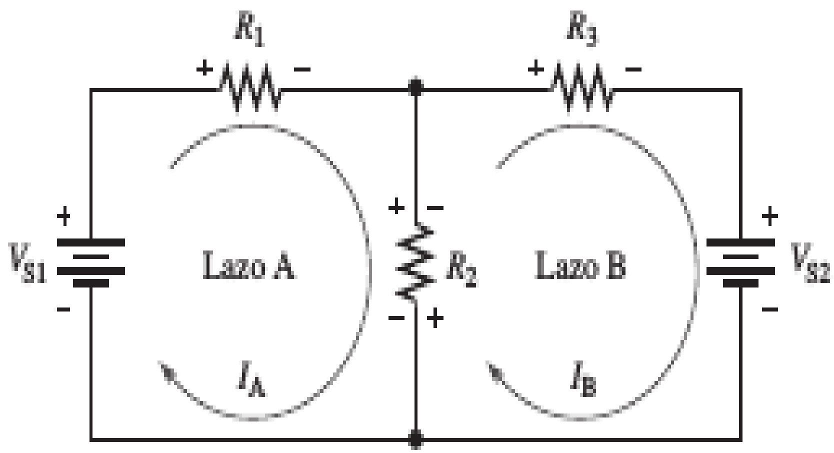
RAMAS:
- Una rama es una trayectoria que conecta dos nodos, y en este circuito hay tres ramas:

una que contiene R1, otra que contiene R2, y una más conteniendo a R3.

Método de corrientes de lazo (Método de Mallas)

- **Paso 1.** Aunque la dirección asignada a una corriente de lazo es arbitraria, se asignará una corriente en el sentido de las manecillas del reloj (SMR) alrededor de cada lazo no redundante, por consistencia. Ésta puede no ser la dirección de la corriente real, pero no importa. El número de asignaciones de corrientes de lazo debe ser suficiente para incluir las corrientes que circulan a través de todos los componentes del circuito.
- **Paso 2.** Indicar las polaridades de las caídas de voltaje en cada lazo con base en las direcciones de corriente asignadas.
- **Paso 3.** Aplicar la ley del voltaje de Kirchhoff alrededor de cada lazo. Cuando más de una corriente de lazo pasa a través de un componente, se deberá incluir su caída de voltaje. Esto produce una ecuación para cada lazo.
- **Paso 4.** Resolver las ecuaciones resultantes para las corrientes de lazo utilizando sustitución o determinantes.

Ejemplo:



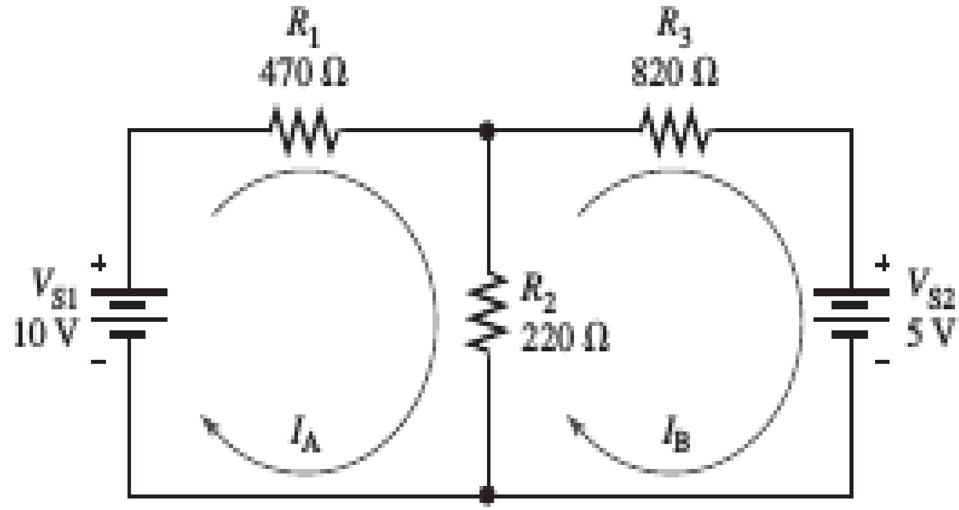
Ley de voltajes de Kirchoff en los dos lazos

$$R_1 I_A + R_2(I_A - I_B) = V_{S1} \quad \text{por el lazo A}$$
$$R_3 I_B + R_2(I_B - I_A) = -V_{S2} \quad \text{por el lazo B}$$

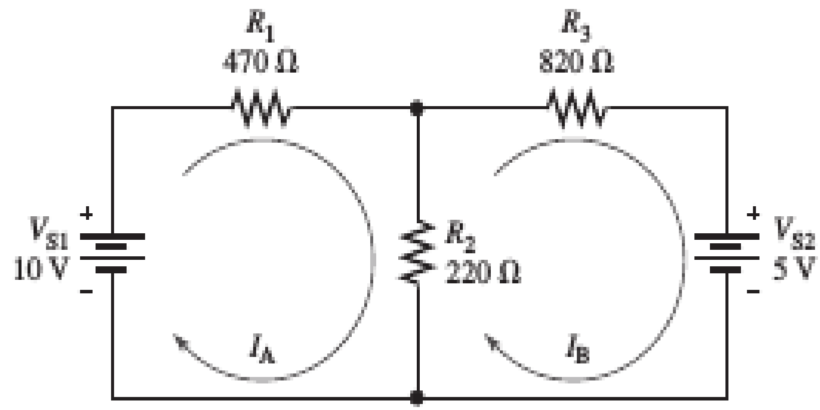
Reordenamiento de las ecuaciones

$$(R_1 + R_2)I_A - R_2 I_B = V_{S1} \quad \text{por el lazo A}$$
$$-R_2 I_A + (R_2 + R_3)I_B = -V_{S2} \quad \text{por el lazo B}$$

Ejemplo



Ejemplo: Solución



$$(470 + 220)I_A - 220I_B = 10$$

$$690I_A - 220I_B = 10 \quad \text{para el lazo A}$$

$$-220I_A + (220 + 820)I_B = -5$$

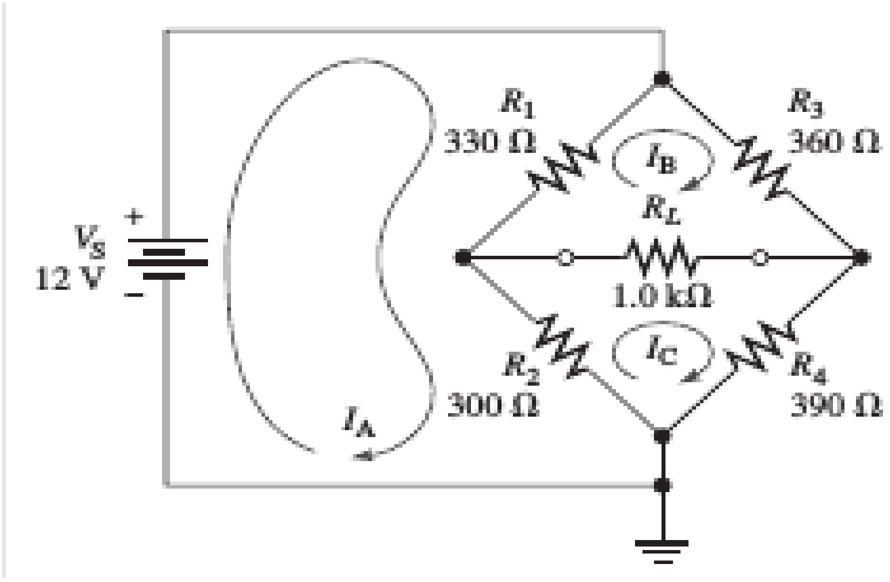
$$-220I_A + 1040I_B = -5 \quad \text{para el lazo B}$$

$$I_1 = I_A = \mathbf{13.9\,mA}$$

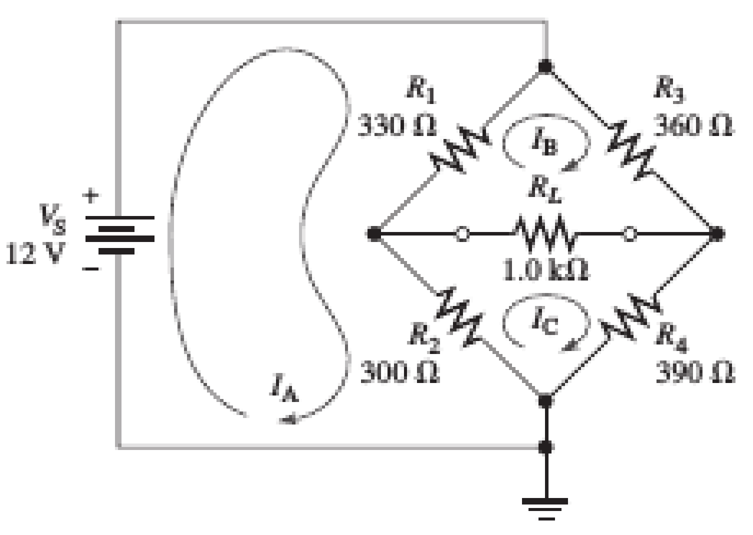
$$I_3 = I_B = \mathbf{-1.87\,mA}$$

$$I_2 = I_A - I_B = 13.9\,\text{mA} - (-1.87\,\text{mA}) = \mathbf{15.8\,mA}$$

Ejemplo: Puente de Wheatstone



Ejemplo: Puente de Wheatstone (Solución)



Lazo A: $-12 + 330(I_A - I_B) + 300(I_A - I_C) = 0$

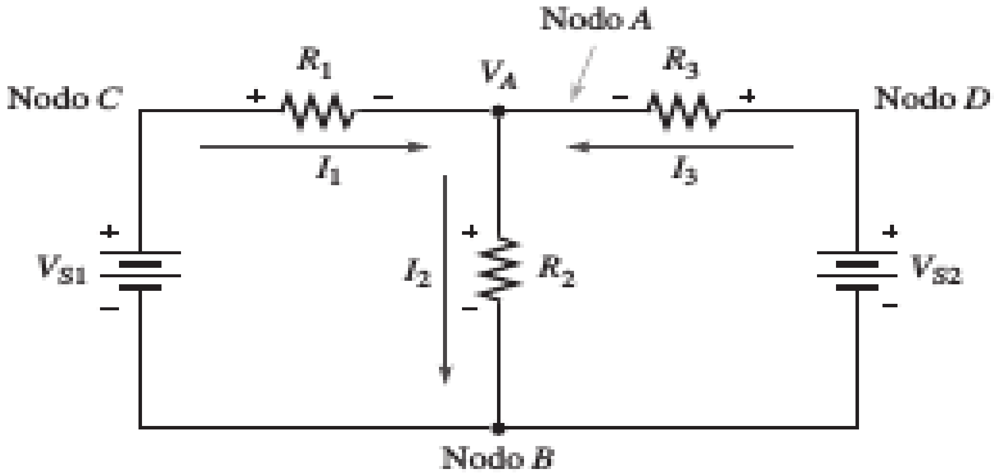
Lazo B: $330(I_B - I_A) + 360I_B + 1000(I_B - I_C) = 0$

Lazo C: $300(I_C - I_A) + 1000(I_C - I_B) + 390I_C = 0$

Método de voltajes de nodos

Paso 1. Determinar el número de nodos.
Paso 2. Seleccionar un nodo como referencia. Todos los voltajes serán con respecto al nodo de referencia. Asignar designaciones de voltaje a cada nodo donde el voltaje es desconocido.
Paso 3. Asignar corrientes en cada nodo donde se desconoce el voltaje, excepto en el nodo de referencia. Las direcciones son arbitrarias.
Paso 4. Aplicar la ley de la corriente de Kirchhoff a cada nodo donde se asignan las corrientes.
Paso 5. Expresar las ecuaciones de corriente en función de voltajes, y resolver las ecuaciones para determinar los voltajes de nodo desconocidos mediante la ley de Ohm.

Ejemplo



1-Se establecen los nodos: En este caso, existen cuatro, como indica la figura.

2-Se elegirá el nodo B como referencia. Piense en él como la tierra de referencia del circuito. Se observa que los voltajes de nodos C y D son los voltajes de las fuentes. El voltaje en el nodo A es el único desconocido; se le designa como VA.

3-Se asignan arbitrariamente las corrientes de rama en el nodo A según indica la figura.

4-La ecuación de Kirchhoff para encontrar la corriente en el nodo A es

$$I1 - I2 + I3 = 0$$

Ejemplo

En quinto lugar, se expresan las corrientes en función de voltajes de circuito utilizando la ley de Ohm.

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_{S1} - V_A}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_A}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{V_{S3} - V_A}{R_3}$$

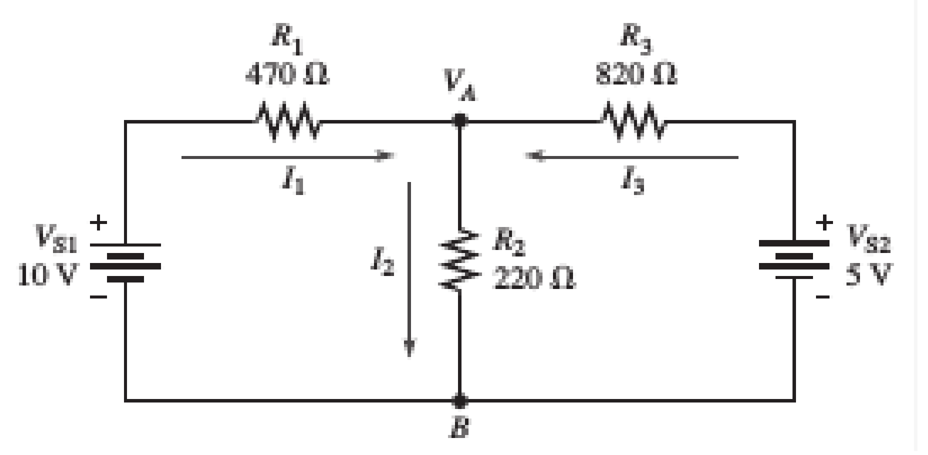
Al sustituir estos términos en la ecuación de corriente se obtiene

$$\frac{V_{S1} - V_A}{R_1} - \frac{V_A}{R_2} + \frac{V_{S2} - V_A}{R_3} = 0$$

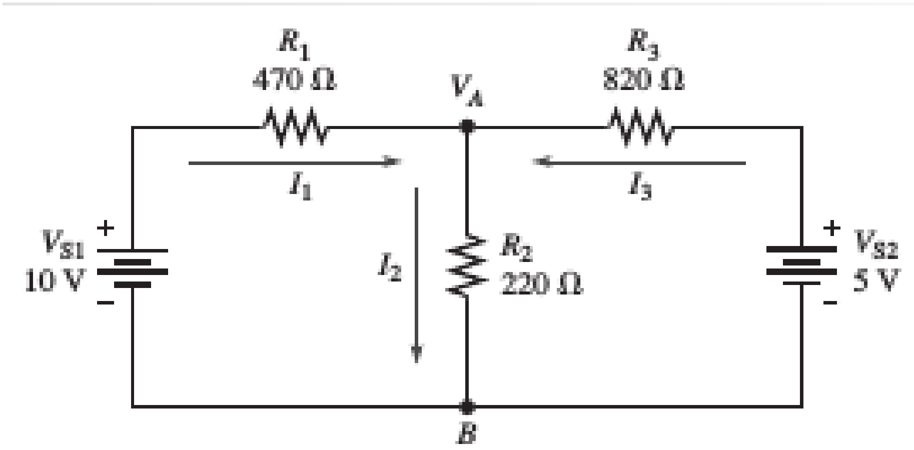
La única incógnita es VA; así que la única ecuación se resuelve combinando y reordenando los términos. Una vez que se conoce el voltaje, es posible calcular todas las corrientes de rama.

Ejemplo

Encuentre el voltaje de nodo V_A en la figura y determine las corrientes de rama.



Ejemplo: Solución



$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$\frac{10 - V_A}{470} - \frac{V_A}{220} + \frac{5 - V_A}{820} = 0$$

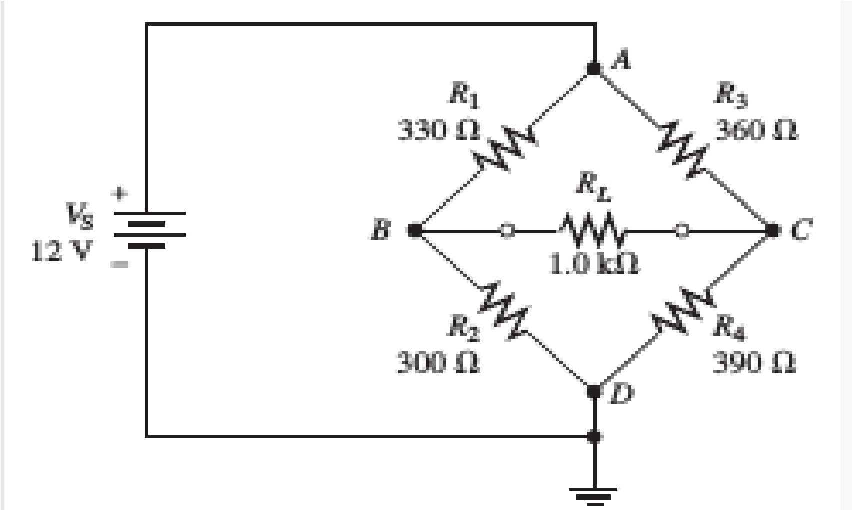
$$V_A = \frac{(1055)(847880)}{(6692)(38540)} = \mathbf{3.47\ V}$$

$$I_1 = \frac{10\text{ V} - 3.47\text{ V}}{470\ \Omega} = \mathbf{13.9\ mA}$$

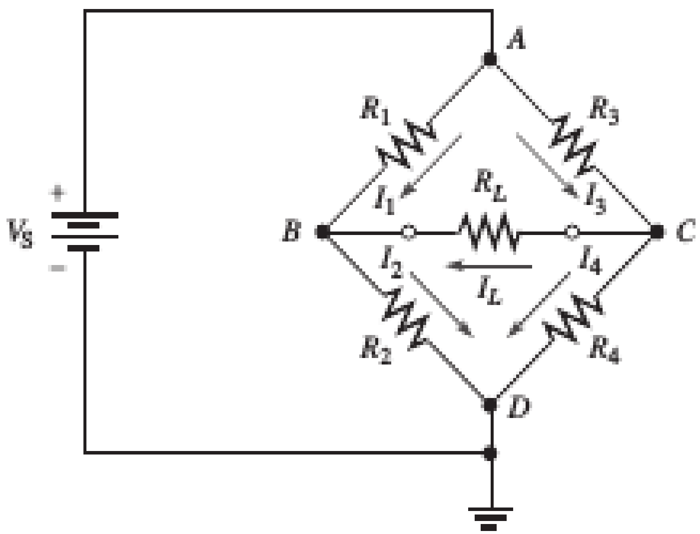
$$I_2 = \frac{3.47\text{ V}}{220\ \Omega} = \mathbf{15.8\ mA}$$

$$I_3 = \frac{5\text{ V} - 3.47\text{ V}}{820\ \Omega} = \mathbf{1.87\ mA}$$

Ejemplo: Puente de Wheatstone



Ejemplo: Solución



Nodo B:

$$I_1 + I_L = I_2$$

$$\frac{V_A - V_B}{R_1} + \frac{V_C - V_B}{R_L} = \frac{V_B}{R_2}$$

$$\frac{12 - V_B}{0.330\,\mathrm{k}\Omega} + \frac{V_C - V_B}{1.0\,\mathrm{k}\Omega} = \frac{V_B}{0.300\,\mathrm{k}\Omega}$$

Nodo C:

$$I_3 = I_L + I_4$$

$$\frac{V_A - V_C}{R_3} = \frac{V_C - V_B}{R_L} + \frac{V_C}{R_4}$$

$$\frac{12\,\mathrm{V} - V_C}{0.360\,\mathrm{k}\Omega} = \frac{V_C - V_B}{1.0\,\mathrm{k}\Omega} + \frac{V_C}{0.390\,\mathrm{k}\Omega}$$

Ejemplo: Solución

Nodo B: Multiplique cada término que aparece en la expresión para el nodo B por $R_1R_2R_L$ y combine los términos similares para obtener la forma estándar.

$$R_2R_L(V_A - V_B) + R_1R_2(V_C - V_B) = R_1R_LV_B$$

$$(1.0)(0.30)(12 - V_B) + (0.33)(0.30)(V_C - V_B) = (0.33)(1.0)V_B$$

$$0.729V_B - 0.099V_C = 3.6$$

Nodo C: Multiplique cada término que aparece en la expresión para el nodo C por $R_3R_4R_L$ y combine los términos similares para obtener la forma estándar.

$$R_4R_L(V_A - V_C) = R_3R_4(V_C - V_B) + R_3R_LV_C$$

$$(1.0)(0.39)(12 - V_C) = (0.36)(0.39)(V_C - V_B) + (0.36)(1.0)V_C$$

$$0.1404V_B - 0.8904V_C = -4.68$$

Las dos ecuaciones simultáneas se pueden resolver por sustitución, determinantes, o con calculadora. Resolviendo por determinantes,

$$0.729V_B - 0.099V_C = 3.6$$

$$0.1404V_B - 0.8904V_C = -4.68$$

Ejemplo: Solución

$$0.729V_B - 0.099V_C = 3.6$$

$$0.1404V_B - 0.8904V_C = -4.68$$

$$V_B = \frac{\begin{vmatrix} 3.6 & -0.099 \\ -4.68 & -0.8904 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.729 & -0.099 \\ 0.1404 & -0.8904 \end{vmatrix}} = \frac{(3.6)(-0.8904) - (-0.099)(-4.68)}{(0.729)(-0.8904) - (0.1404)(-0.099)} = \mathbf{5.78\ V}$$

$$V_C = \frac{\begin{vmatrix} 0.729 & 3.6 \\ 0.1404 & -4.68 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.729 & -0.099 \\ 0.1404 & -0.8904 \end{vmatrix}} = \frac{(0.729)(-4.68) - (0.1404)(3.6)}{(0.729)(-0.8904)-(0.1404)(-0.099)} = \mathbf{6.17\ V}$$