

Sistemas trifásicos

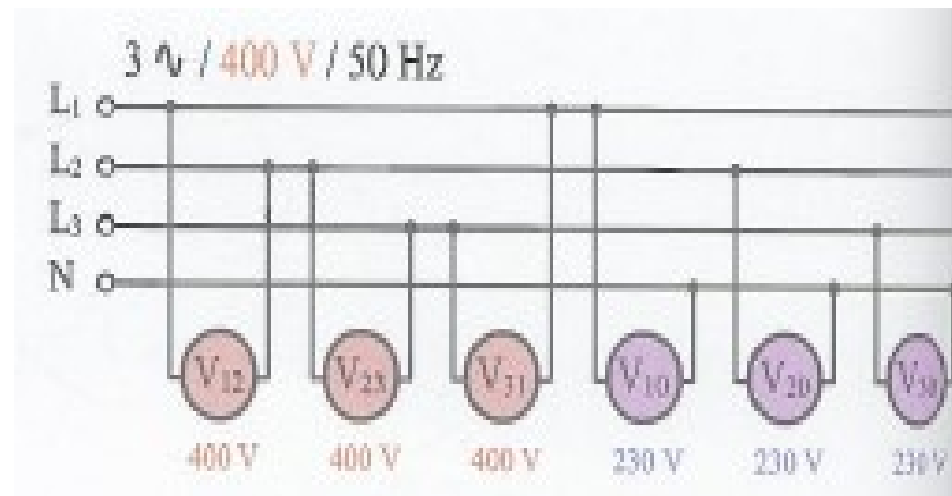
Jhon J. Padilla A.

Motivación

- Hasta ahora hemos estudiado sistemas monofásicos: utilizan dos conductores eléctricos para su distribución y consumo.
- En la práctica no existen alternadores monofásicos para la producción de grandes cantidades de energía.
- Las centrales eléctricas se valen de alternadores trifásicos para generar la electricidad y distribuirla al sector industrial y doméstico.
- Las líneas monofásicas se obtienen a partir de un sistema trifásico

Características de un sistema trifásico

- En un sistema trifásico se utilizan tres o cuatro hilos (tres fases más el neutro).
- Se pueden obtener dos tensiones diferentes.
- L1,L2,L3: cada una de las tres fases del sistema.
- N: Neutro
- Se pueden conectar tanto receptores trifásicos como monofásicos
- En el ejemplo, entre fases se obtiene una tensión de 400V, mientras que entre una fase y el Neutro se obtienen 230V



Características de un sistema trifásico

- Se dice que en un sistema trifásico existen en una misma línea dos tensiones diferentes (si se mide con respecto al neutro o con respecto a otra fase).
- La tensión entre fases es raíz de 3 veces mayor que la que aparece entre las fases y el neutro

$$\frac{400 \text{ V}}{230 \text{ V}} = \sqrt{3}$$

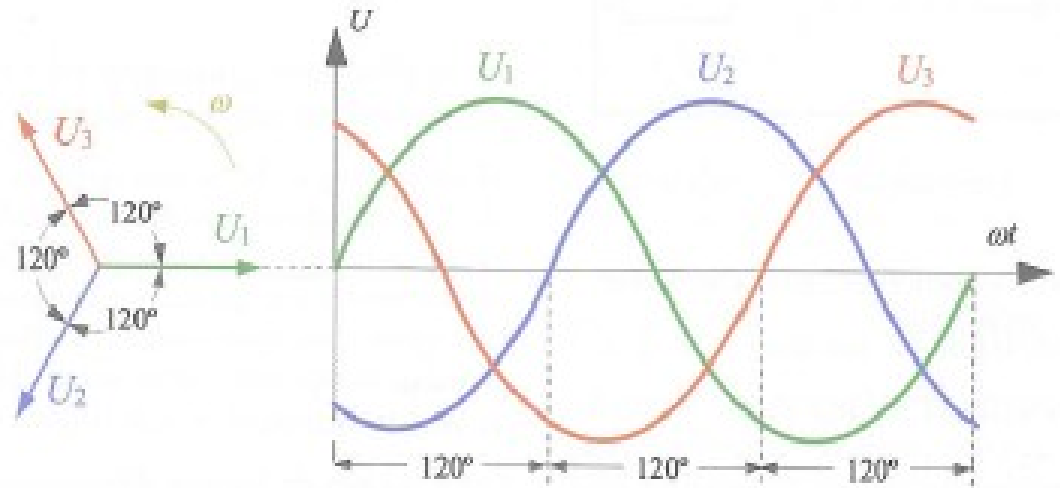
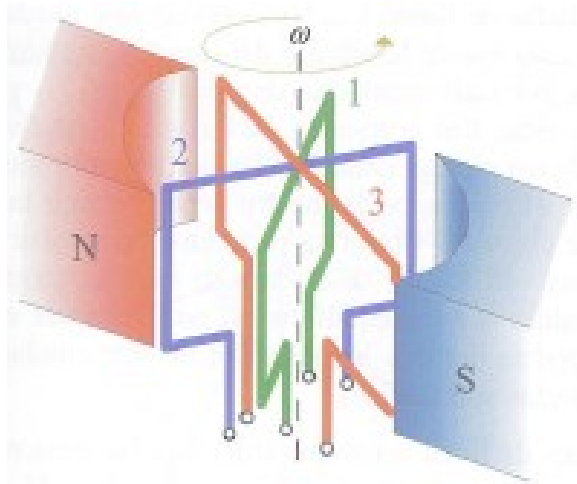
- La tensión más elevada se puede usar en la industria, mientras que la más baja se usa para uso doméstico

Ventajas

- Tanto los alternadores como los transformadores y motores de CA trifásica poseen mayor rendimiento y son más sencillos y económicos que los monofásicos.
- El motor trifásico de inducción es muy utilizado en el sector industrial y posee un par de arranque más fuerte que el motor monofásico, además de un mejor rendimiento y mejor factor de potencia.
- El transporte de la energía requiere de conductores más delgados, lo que trae ahorros.
- Por todas estas razones, la energía eléctrica que se produce, se transporta y se distribuye tiene forma de CA trifásica.

Generación de CA trifásica

- Principio básico:



$$e_1 = E_{\text{máx}} \text{sen } \omega t$$

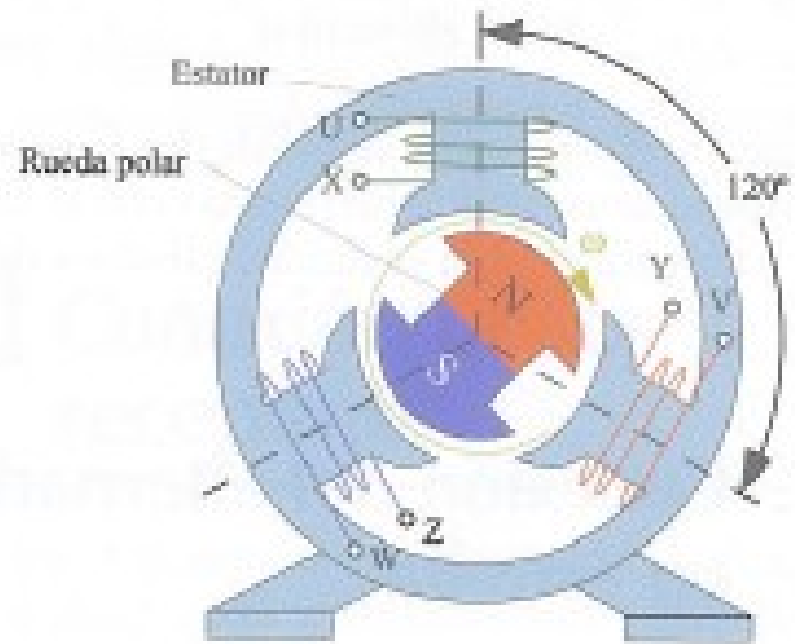
$$e_2 = E_{\text{máx}} \text{sen } (\omega t - 120^\circ)$$

$$e_3 = E_{\text{máx}} \text{sen } (\omega t - 240^\circ)$$

La suma de las tres ondas es cero en todo instante.

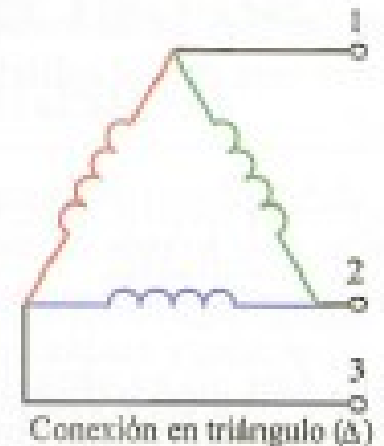
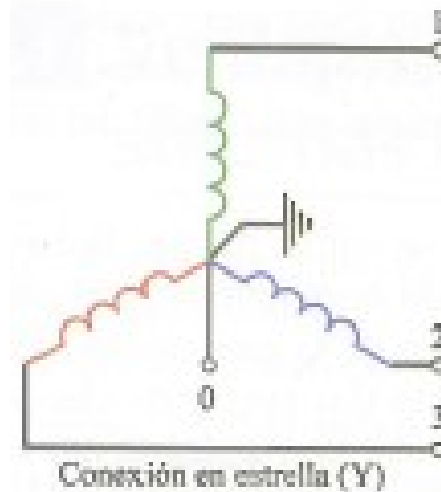
Generación CA Trifásica

- Generador moderno:
Las tres bobinas se sitúan en el estator (se evita el complejo sistema de anillos colectores)
- Las tensiones son del orden de 10 a 20 KV, y las corrientes de hasta cientos de amperios.
- De las 3 bobinas se obtienen 6 terminales que se conectan a la carga en estrella o en triángulo. La más utilizada es la estrella.



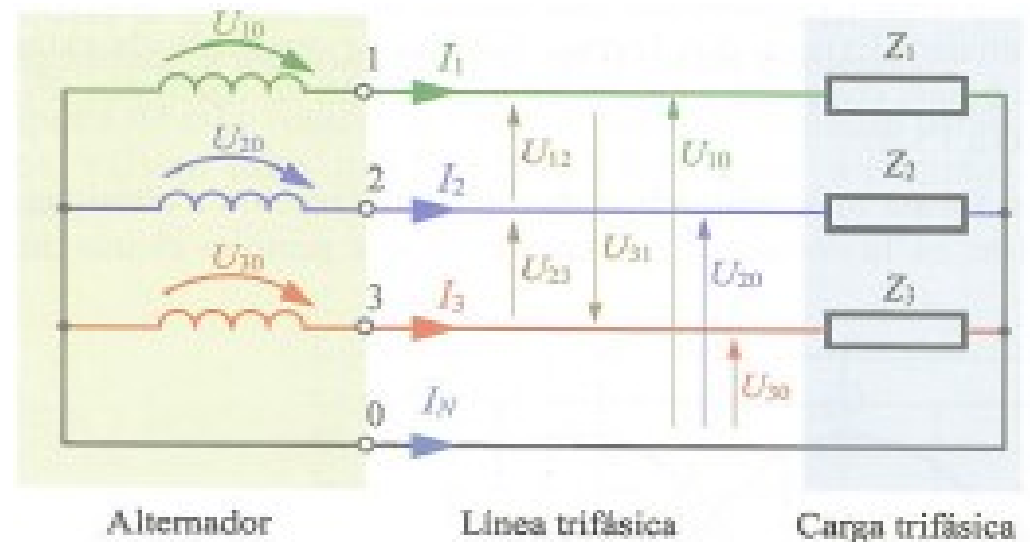
Conexión del generador en estrella y triángulo

- La conexión en estrella es la más usada porque permite el uso del conductor Neutro (0), que a su vez permite tener dos tensiones en cada terminal (Uso industrial y doméstico)
- El Neutro se conecta a tierra en el chasis del generador para garantizar la seguridad eléctrica de las instalaciones.



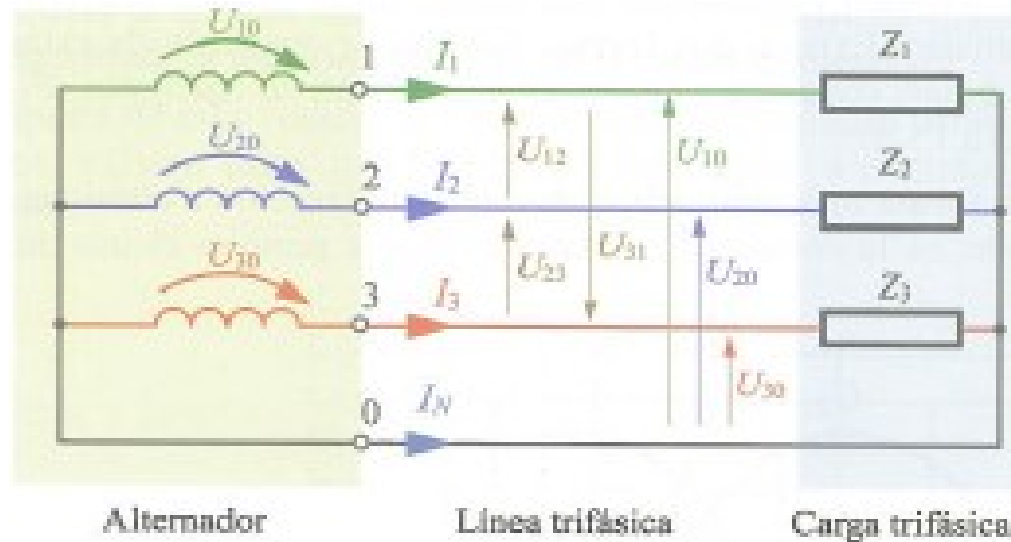
Conexión del alternador en estrella

- Los tres terminales libres de las bobinas del alternador se han unido a un punto común para formar el conductor neutro (0). Los otros terminales activos de las bobinas (1-2-3) forman los conductores de cada una de las fases del sistema trifásico.
- Las cargas del ejemplo son inductivas y están conectadas entre sí en estrella.



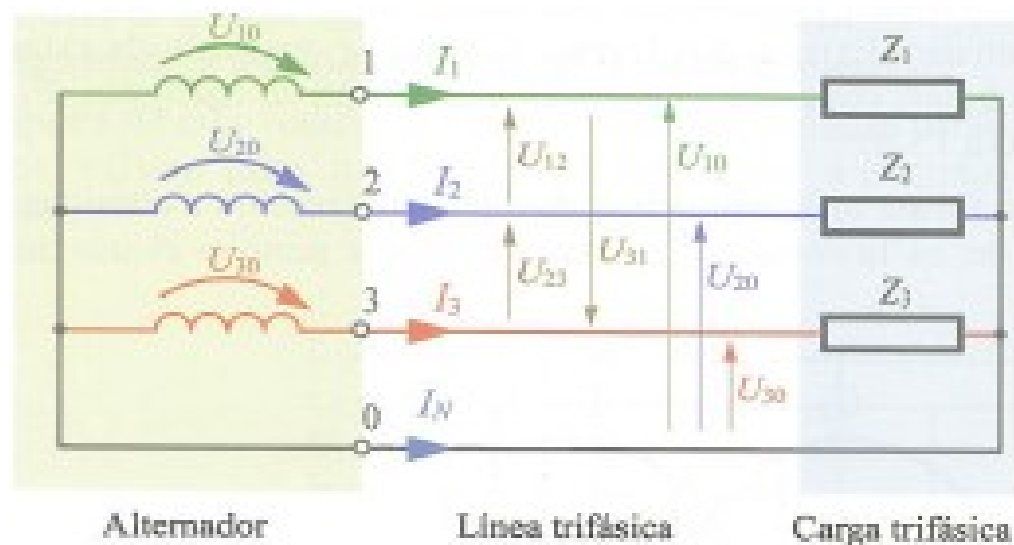
Tensiones de fase o simples

- Cada bobina del alternador trifásico se comporta como un generador monofásico, que genera entre sus terminales una tensión denominada simple o de fase (U_i): U_{10} , U_{20} , U_{30} .



Intensidades de línea

- Las tensiones de fase quedan aplicadas a cada una de las cargas del receptor, por lo que aparece una corriente por cada conductor de línea (I_1, I_2, I_3)
- La suma de estas tres corrientes dará como resultado la corriente de retorno del Neutro (I_N).
- Si las cargas son todas iguales (equilibradas), esta corriente de Neutro será cero. En algunas aplicaciones se podría anular este conductor.

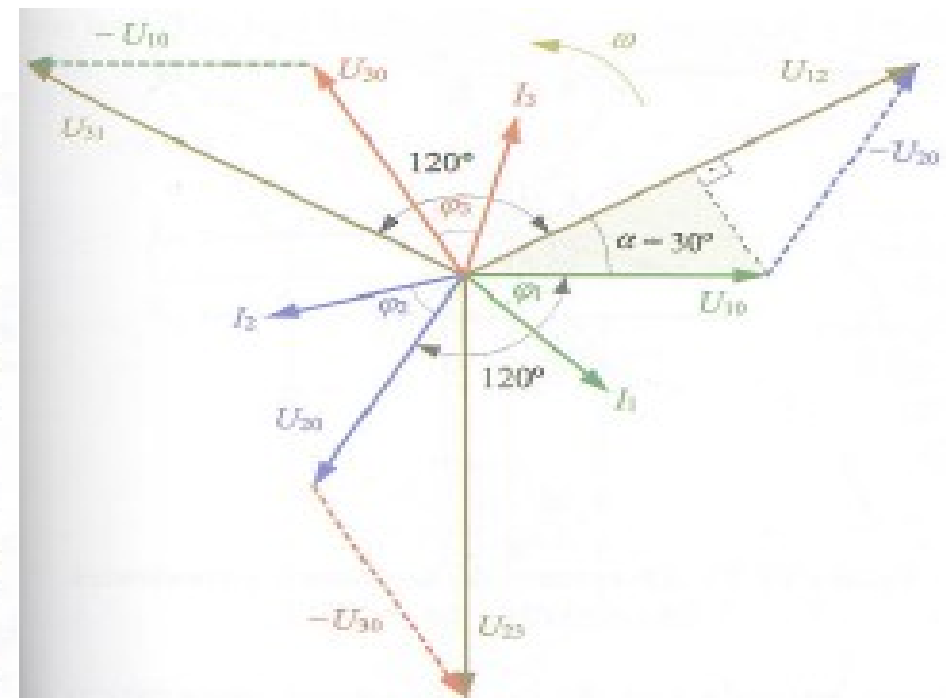
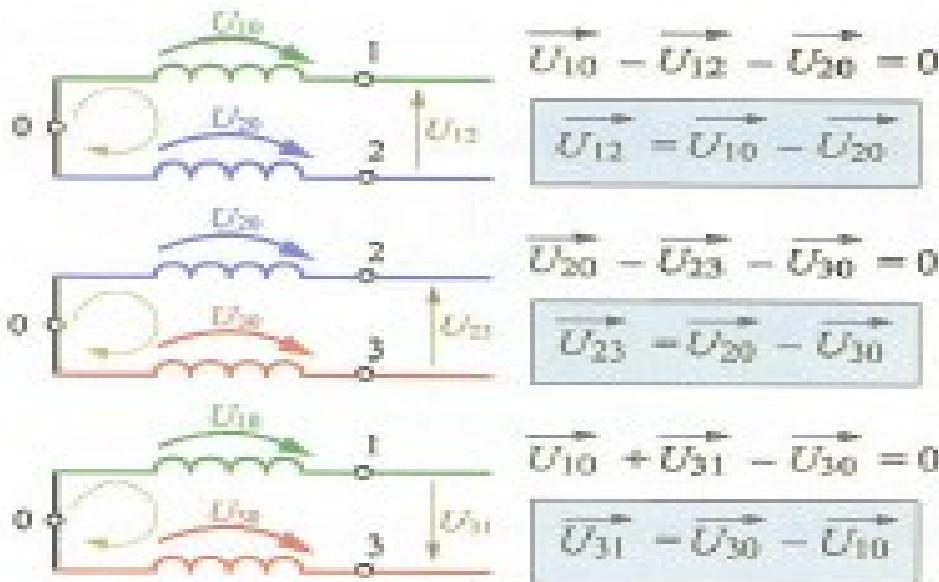


Tensiones de Línea o compuestas

- Son las tensiones que aparecen en cada una de las fases (UL): U_{12} , U_{23} , U_{31}
- Aparecen gracias a la composición de las tensiones de fase, o tensión de línea. Es la tensión que aparece entre los conductores de la línea trifásica.

Obtención de las tensiones de línea

- Aplicación de las leyes de Kirchoff y suma fasorial:



$$\cos 30^\circ = \frac{U_{12}/2}{U_{10}} \Rightarrow U_{12} = 2U_{10} \cos 30^\circ$$

$$U_{12} = 2U_{10} \sqrt{3}/2 = U_{10} \sqrt{3}$$

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_f$$

Ejemplo

Determinar la tensión de línea que corresponde a un sistema trifásico que posee una tensión de fase de 133 V.

Solución: $U_L = \sqrt{3} U_f = \sqrt{3} \cdot 133 = 230 \text{ V}$

Conexión de cargas

- Las cargas se pueden conectar a un sistema trifásico en triángulo, en estrella, o cargas monofásicas conectadas entre fase y neutro, o entre fases.
- Cargas trifásicas equilibradas: motores trifásicos, hornos trifásicos, etc.
- Cargas monofásicas: lámparas, electrodomésticos. Conviene repartir por igual las cargas monofásicas entre cada una de las fases para mantener el sistema estable.

Conexión de cargas trifásicas en estrella

Como el sistema es equilibrado en cargas:

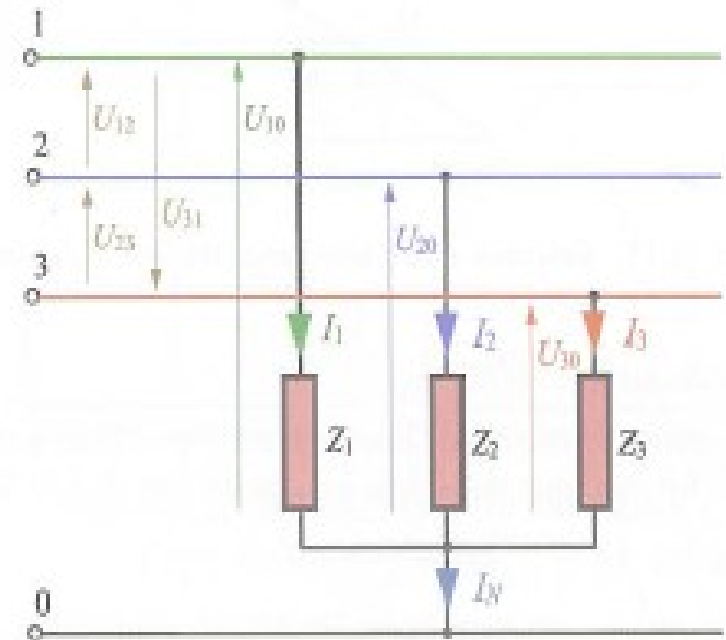
$$|I_1| = |I_2| = |I_3| = I_L$$

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{I}_N = 0$$

$$P = U_{10} I_1 \cos \varphi_1 + U_{20} I_2 \cos \varphi_2 + U_{30} I_3 \cos \varphi_3$$

En un sistema equilibrado, tanto las tensiones de fase, como las corrientes de fase, como los factores de potencia son iguales (para cargas en estrella la corriente de fase y de línea es la misma), por lo que se puede afirmar que:

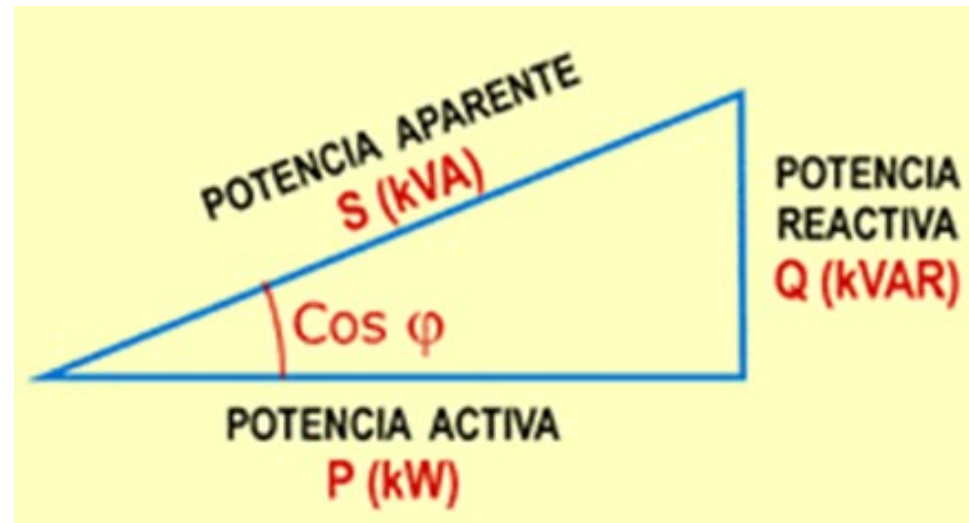
$$P = 3U_f I_L \cos \varphi$$



$$U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \Rightarrow P = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L \cos \varphi \Rightarrow$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cos \varphi$$

Triángulo de potencias para la carga trifásica en estrella



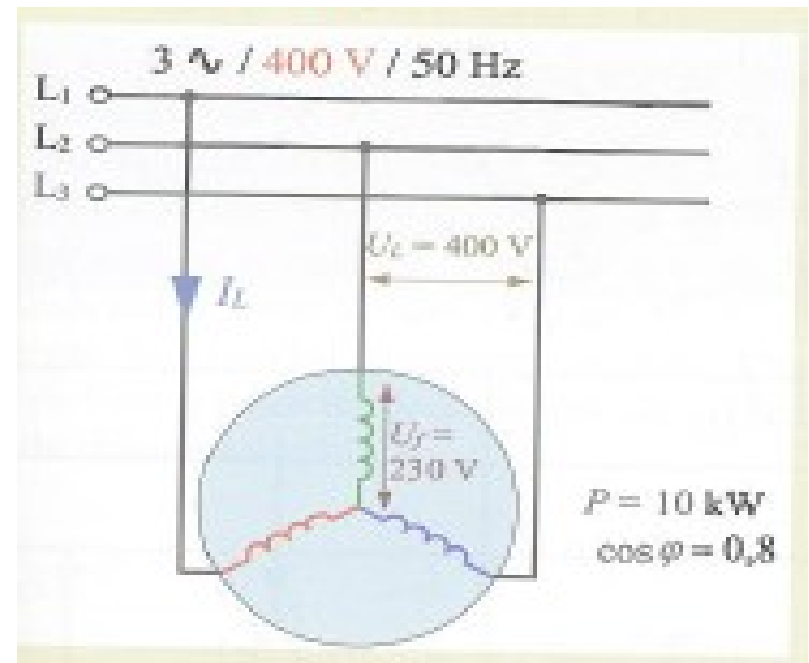
$$Q = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \text{sen } \varphi$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \text{cos } \varphi$$

Ejemplo 1

- Un motor trifásico posee sus bobinas conectadas en estrella. Determinar la corriente eléctrica que absorberá de la línea si al conectarlo a una red con una tensión de línea de 400V desarrolla una potencia de 10KW con un FP de 0.8. Averiguar la potencia reactiva y aparente del motor



Solución

- Como los motores son cargas equilibradas, no será necesario conectar el neutro al punto común de la estrella para que aparezca la tensión de fase entre el neutro y cualquiera de las fases

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi \Rightarrow$$
$$\Rightarrow I_L = \frac{P}{\sqrt{3} U_L \cos \varphi} = \frac{10.000}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,8} = 18 \text{ A}$$
$$\varphi = \arccos 0,8 = 36,9^\circ$$
$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 18 \cdot \sin 36,9^\circ =$$
$$= 7.488 \text{ VAR}$$
$$S = \sqrt{3} U_L I_L = \dots = 12.471 \text{ VA}$$

Solución

- Qué tensión y qué corriente aparecen en cada una de las bobinas del motor?

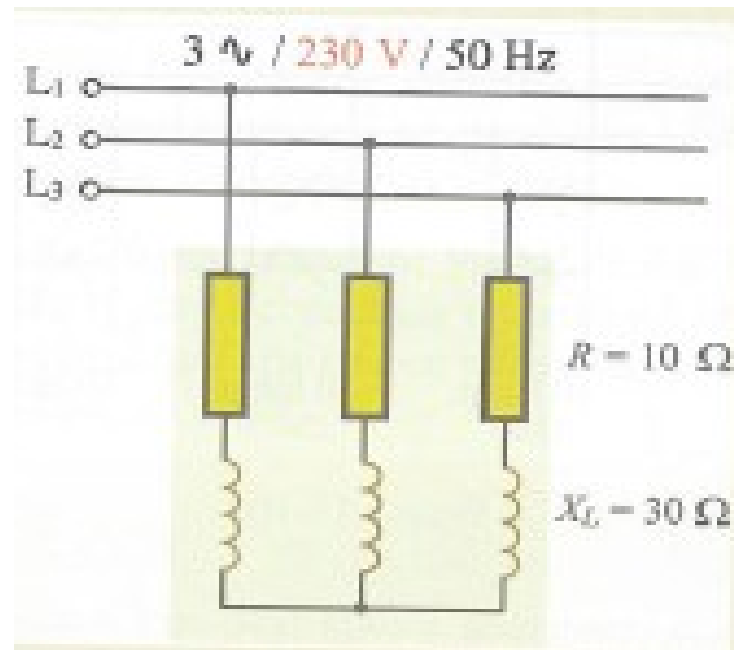
Como las bobinas están conectadas en estrella y son cargas equilibradas, aparece en cada una de ellas la tensión de fase, es decir:

$$U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230 \text{ V}$$

- La corriente que aparece en cada bobina (corriente de fase) es la misma que aparece en la línea: 18A.

Ejemplo 2

- Se conectan en estrella tres bobinas iguales a una red trifásica con una tensión de línea de 230V, 50Hz. Cada una de las bobinas posee una resistencia de 10ohm y una reactancia de 30 ohm. Calcular: I_L , FP, P, Q, S.



Solución

- Calculamos la impedancia por cada línea y el ángulo de fase:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 30^2} = 31,6 \, \Omega$$
$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{30}{10} = 71,6^\circ$$

- Corriente de fase:

$$I_L = \frac{U_f}{Z} = \frac{132,8}{31,6} = 4,2 \, \text{A}$$
$$(U_f = U_L / \sqrt{3} = 230 / \sqrt{3} = 132,8 \, \text{V})$$

- La potencia será entonces:

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi = \dots = 528 \, \text{W}$$
$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi = \dots = 1.588 \, \text{VAR}$$
$$S = \sqrt{3} U_L I_L = \dots = 1.673 \, \text{VA}$$
$$\text{FP} = \cos \varphi = \cos 71,6^\circ = 0,32$$

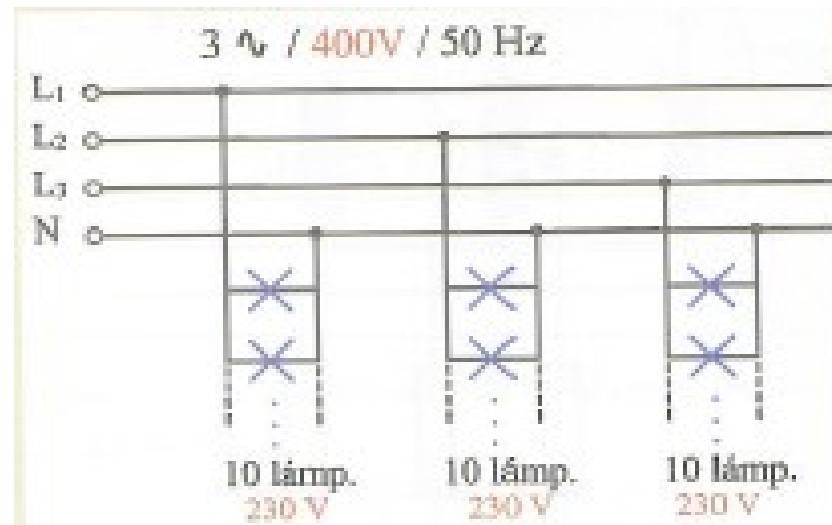
Ejemplo 3:

- Se desea conectar a una red trifásica, con neutro y con una tensión de línea de 400V, 30 lámparas fluorescentes de 40W, 230V, FP= 0.6.

Mostrar la conexión de las lámparas para conseguir que la carga esté equilibrada y averiguar la corriente de línea que las alimenta, así como la potencia del conjunto y por fase.

Solución

- Como las lámparas funcionan a 230V, es decir, la tensión de fase, se han conectado 3 grupos de 10 lámparas entre cada fase y neutro con el fin de repartir equitativamente las cargas.



Solución

- La potencia conectada a cada fase será entonces:

$$P = 10 \times 40 \text{ W} = 400 \text{ W}$$

- La potencia total conectada a la red trifásica es de:

$$P = 30 \times 40 \text{ W} = 1200 \text{ W}$$

- La intensidad de la línea será:

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi \Rightarrow$$
$$\Rightarrow I_L = \frac{P}{\sqrt{3} U_L \cos \varphi} = \frac{1.200}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,6} = 2,87 \text{ A}$$

O también se puede calcular usando los valores de potencia por fase:

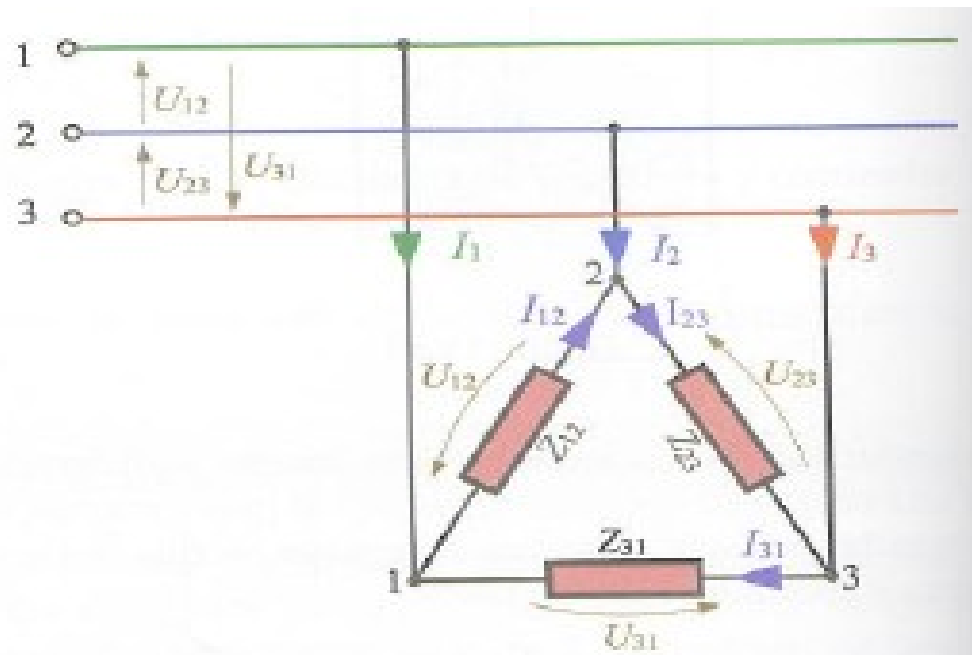
$$P' = U_f I_f \cos \varphi \Rightarrow$$
$$\Rightarrow I_f = \frac{P'}{U_f \cos \varphi} = \frac{400}{230 \cdot 0,6} = 2,87 \text{ A}$$

Solución

- En el ejemplo, se podría eliminar la conexión de neutro en las lámparas?
- Sí, mientras el sistema permanezca equilibrado, la tensión que aparecerá entre el punto común de las lámparas y la fase será la de la fase.
- Sin embargo, si se funde alguna lámpara, el sistema se desequilibrará con la consecuencia de que la tensión de fase no se mantendrá en su valor nominal.
La única forma de evitar este hecho es tener siempre conectado el neutro en estos casos.

Carga equilibrada en triángulo (delta)

- Al conectar las cargas en triángulo, estas quedan sometidas a cada una de las respectivas tensiones de línea.
- Por cada una de las cargas aparece una corriente I_{12} , I_{23} e I_{31} , que llamaremos corriente de fase.
- Como las cargas son iguales, las magnitudes de las corrientes son iguales



$$|I_{12}| = |I_{23}| = |I_{31}| = I_f$$

Relación de potencias y corrientes para carga en triángulo

- Se puede demostrar usando los vectores para cada corriente, que se siguen cumpliendo las mismas relaciones que para la carga en estrella:

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_f$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

P = Potencia activa de la carga trifásica.

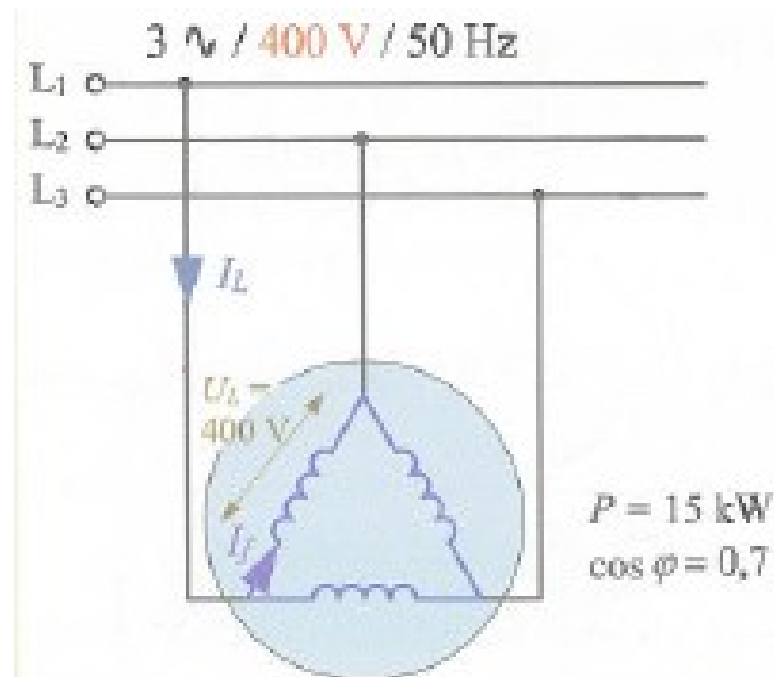
U_L = Tensión de línea.

I_L = Intensidad de línea.

$\cos \varphi$ = Factor de potencia de la carga.

Ejemplo 1:

- Un motor trifásico posee sus bobinas conectadas en triángulo. Determinar la corriente eléctrica que absorberá de la línea si al conectarlo a una red, con una tensión entre fases de 400V, desarrolla una potencia de 15KW con un FP de 0,7. Averiguar la potencia reactiva y aparente del motor.



Solución

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi \Rightarrow$$
$$\Rightarrow I_L = \frac{P}{\sqrt{3} U_L \cos \varphi} = \frac{15.000}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,7} = 31 \text{ A}$$
$$\varphi = \arccos 0,7 = 45,6^\circ$$
$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi = \dots = 15.345 \text{ VAR}$$
$$S = \sqrt{3} U_L I_L = \dots = 21.477 \text{ VA}$$

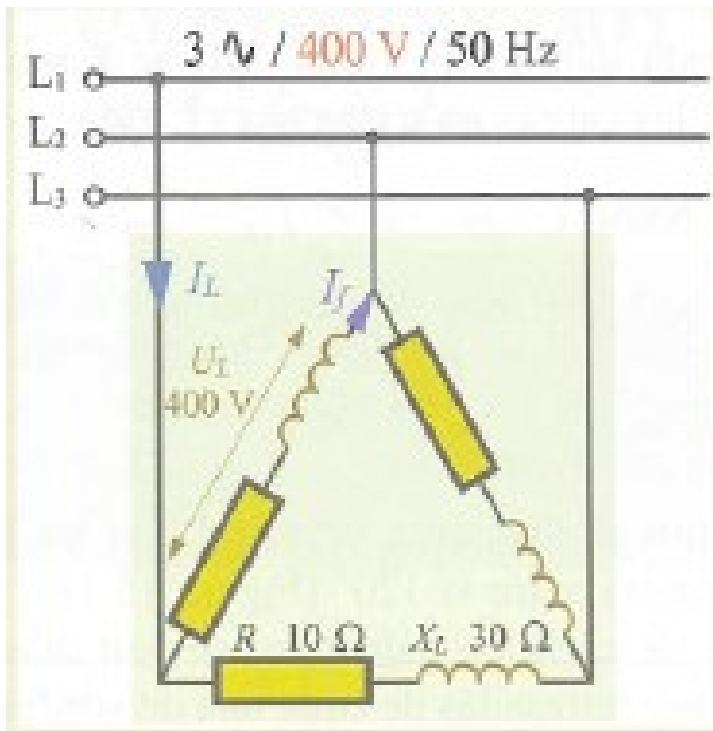
Qué tensión y qué corriente aparecen en cada una de las bobinas de la carga en triángulo?

Como las bobinas están conectadas en triángulo, aparece en cada una de ellas la tensión de línea, es decir: 400 V.

La corriente que aparece en cada bobina (corriente de fase) es:

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{31}{\sqrt{3}} = 17,9 \text{ A}$$

Ejemplo 2:



- Se conectan 3 bobinas en triángulo como las de la figura, con una Resistencia de 10 ohm y una inductancia de 30 ohm, a una red trifásica de 400V y 50Hz. Calcular I_f , I_L , FP, P, Q y S.

Solución

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 30^2} = 31,6 \Omega$$
$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{30}{10} = 71,6^\circ$$

Cada una de estas impedancias es sometida a la tensión de línea (400V), por tanto la corriente de línea será:

$$I_f = \frac{U_L}{Z} = \frac{400}{31,6} = 12,7 \text{ A}$$
$$I_L = I_f \sqrt{3} = 12,7 \cdot \sqrt{3} = 22 \text{ A}$$

Y el cálculo de potencias será:

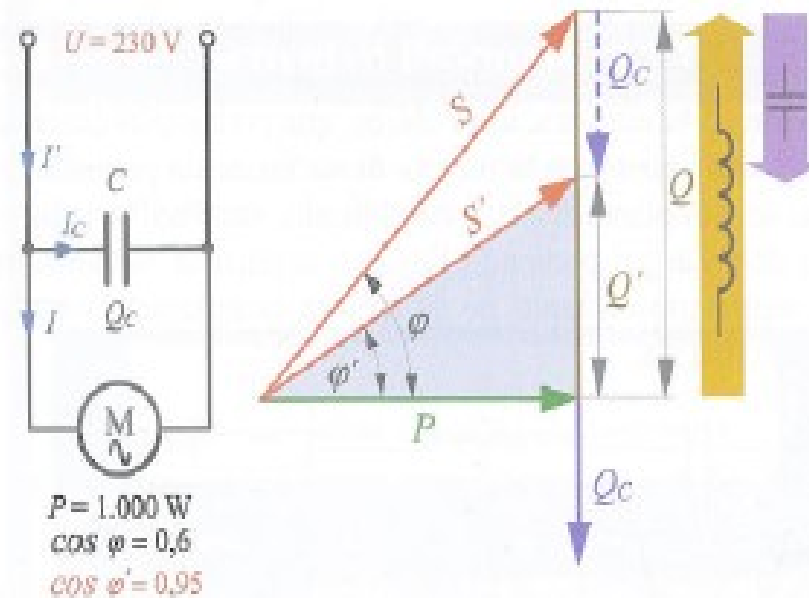
$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi = \dots = 4.811 \text{ W}$$
$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi = \dots = 14.463 \text{ VAR}$$
$$S = \sqrt{3} U_L I_L = \dots = 15.242 \text{ VA}$$
$$\text{FP} = \cos \varphi = \cos 71,6^\circ = 0,32$$

Corrección del factor de potencia en sistemas monofásicos

- Las instalaciones industriales suelen utilizar normalmente receptores de tipo inductivo, como por ejemplo, motores, lámparas de descarga (fluorescentes, vapor de mercurio, vapor de sodio, etc), transformadores, electroimanes, etc.
- Para compensar la energía reactiva producida por estos elementos, se usa un condensador (o varios) acoplado en batería, de tal forma que el FP de potencia final obtenido sea cercano a la unidad.

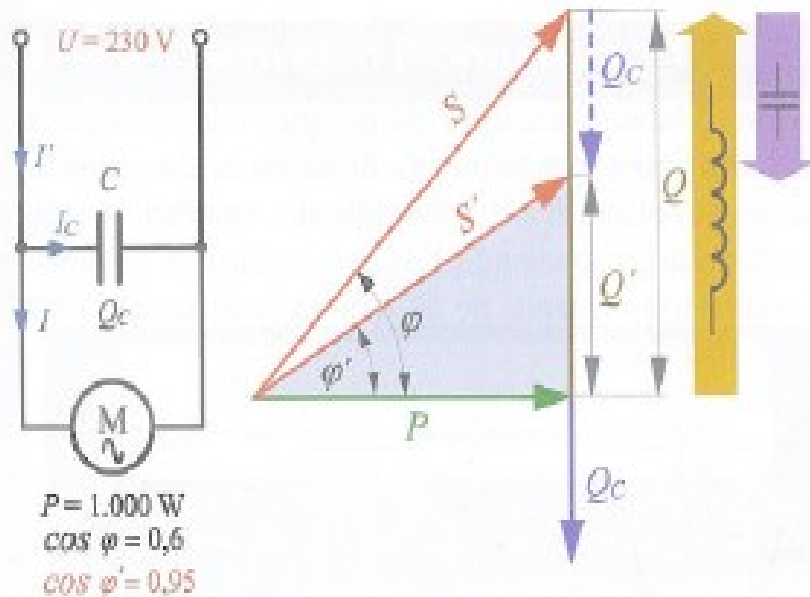
Ejemplo:

- Se trata de mejorar el FP de un motor monofásico de 1000 W / 230V con un FP original de 0,6. Se desea conseguir un FP final de 0,95. Se conecta entonces un Capacitor en paralelo con el motor. Calcularemos el valor de la capacitancia para obtener un FP de 0,95.



Solución

- Φ es el ángulo para el FP original, y Φ' es el ángulo para el nuevo FP de 0,95.
- Q es la potencia reactiva inicial del motor, y Q_c es la potencia reactiva que aporta el Capacitor.
- Q' será la Potencia reactiva final que debe tener el sistema completo.



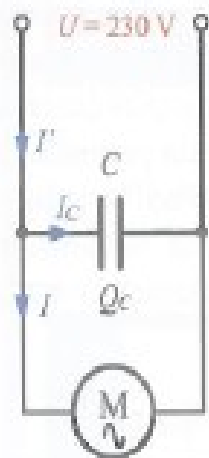
$$Q' = Q - Q_c \quad \text{de donde} \quad Q_c = Q - Q' \quad \text{(I)}$$

En los dos triángulos de potencia que se obtienen se cumple que:

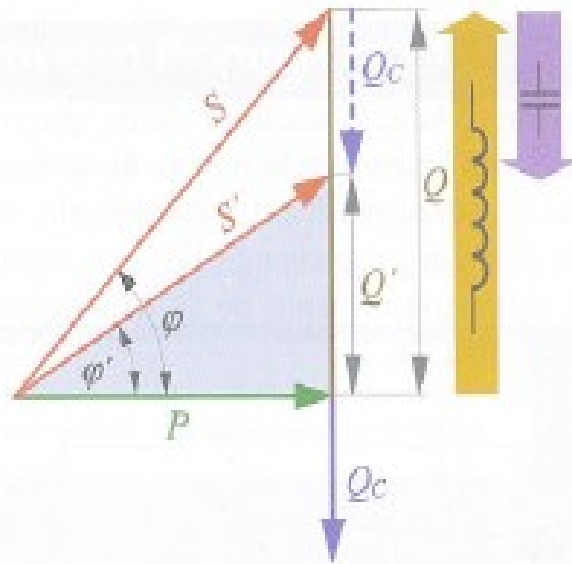
$$\text{tg } \varphi = \frac{Q}{P} \quad \text{de donde} \quad Q = P \text{tg } \varphi \quad \text{(II)}$$

$$\text{tg } \varphi' = \frac{Q'}{P} \quad \text{de donde} \quad Q' = P \text{tg } \varphi' \quad \text{(III)}$$

Solución



$$P = 1.000 \text{ W}$$
$$\cos \varphi = 0,6$$
$$\cos \varphi' = 0,95$$



Sustituyendo las ecuaciones II y III en la ecuación I obtenemos la expresión final:

$$Q_c = P \cdot \operatorname{tg} \varphi - P \cdot \operatorname{tg} \varphi'$$

$$Q_c = P(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')$$

Calcularemos ahora la potencia reactiva que es necesario que tenga la batería de condensadores para corregir el FP de nuestro ejemplo:

El ángulo φ que le corresponde al $\cos 0,6$ es 53° .

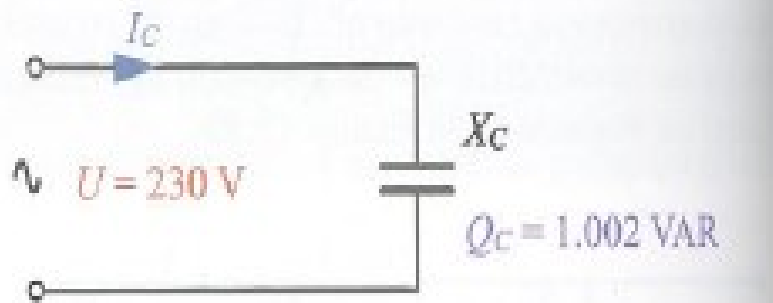
El ángulo φ' que le corresponde al $\cos 0,95$ es 18° .

$$Q_c = P(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi') = 1.000(\operatorname{tg} 53^\circ - \operatorname{tg} 18^\circ) = 1.002 \text{ VAR}$$

Solución

- Para determinar la capacidad del condensador y la corriente eléctrica que lo alimenta, tenemos en cuenta que el condensador está acoplado directamente a la red a una tensión de 230V y con una potencia reactiva de 1002 VAR. Por tanto:

$$Q_c = UI_c \quad \text{de donde} \quad I_c = \frac{Q_c}{U} = \frac{1.002}{230} = 4,36 \text{ A}$$



Una vez calculada la corriente por el capacitor, , aplicamos la ley de Ohm para CA entre sus extremos y averiguamos la reactancia del capacitor:

$$I_c = \frac{U}{X_c} \quad \text{de donde} \quad X_c = \frac{U}{I_c} = \frac{230}{4,36} = 52,75 \Omega$$

Luego despejamos la capacitancia de la expresión de la reactancia y obtenemos el valor de la capacitancia total:

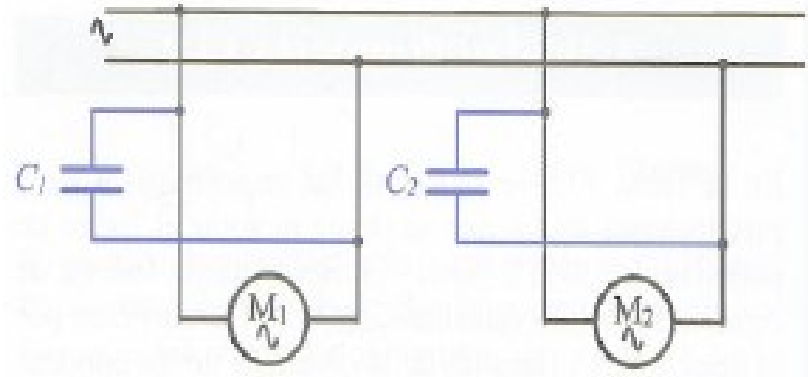
$$C = \frac{1}{2\pi f X_c} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 52,75} = 60 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 60 \mu\text{F}$$

Observación

- Si no es posible obtener la capacitancia calculada con un solo capacitor, se deberá hacer un arreglo o batería de capacitores para obtenerla.

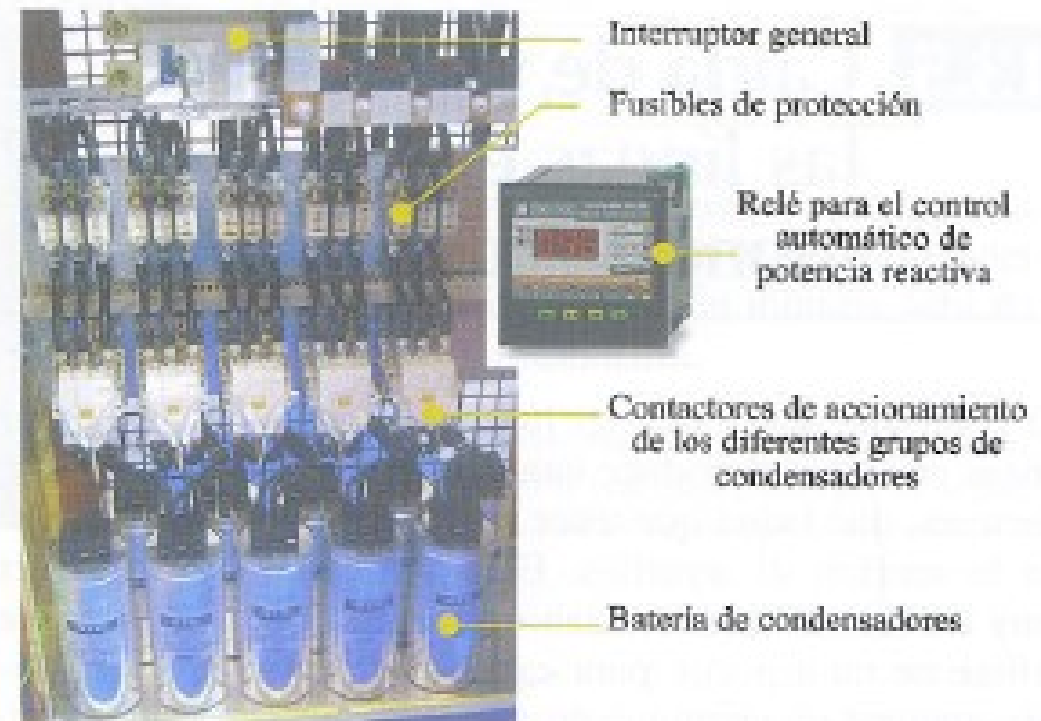
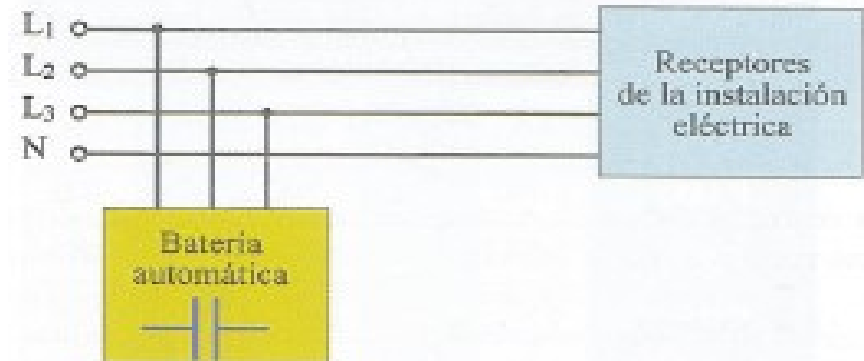
Tipos de compensación de energía Reactiva

- ***Compensación individual:*** Se conecta un condensador en paralelo a cada carga inductiva a compensar.



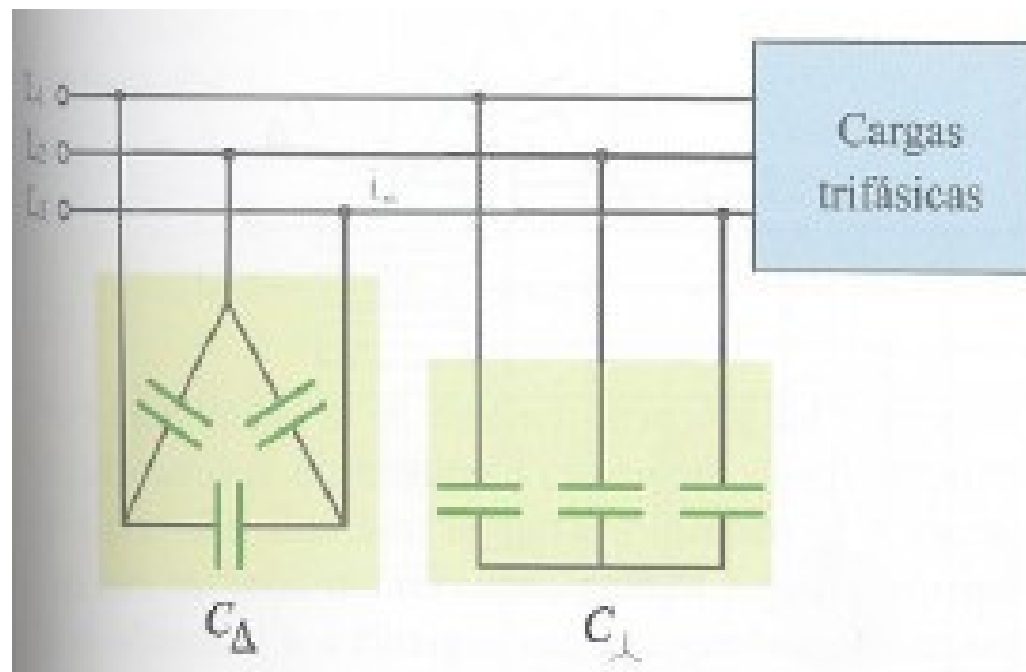
Tipos de compensación de energía Reactiva

- **Compensación central:** Se conecta una gran batería de condensadores en paralelo con la línea general para compensar la potencia reactiva de todo el conjunto de la instalación eléctrica.
- Como la carga reactiva varía según los elementos encendidos en cada momento, se requiere un controlador que esté midiendo esta carga y corrigiendo la compensación, conectando escalonadamente arreglos de condensadores. A este dispositivo se le conoce como regulador de potencia reactiva.



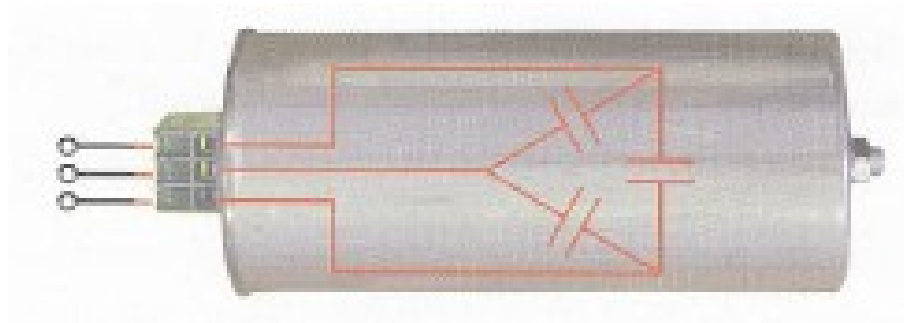
Compensación del Factor de Potencia en sistemas trifásicos

- Por las mismas razones por las que se mejora el FP en redes CA monofásicas, también se debe hacer esto en las redes trifásicas.
- La corrección se lleva a cabo mediante baterías de condensadores, conectados en estrella o en triángulo, que se acoplan en derivación a la red eléctrica a compensar.



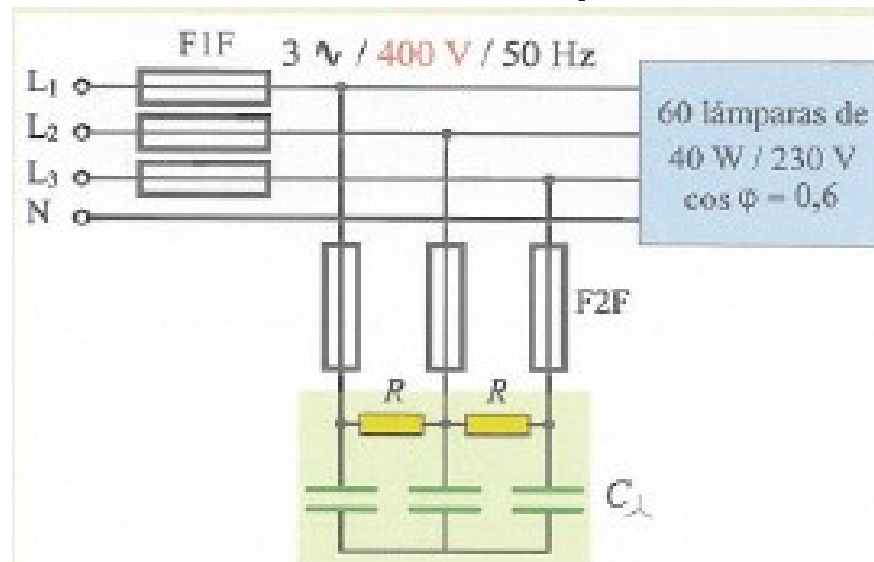
Condensador trifásico

- En la practica, lo habitual es montar los tres condensadores, conectados en estrella o en triángulo, dentro de una misma carcasa. A este arreglo se le conoce como condensador trifásico para la mejora del FP.



Ejemplo 1:

- El alumbrado de una sala de dibujo se compone de 60 lámparas fluorescentes de 40W/230V con un FP de 0,6. Las lámparas se han conectado de una forma equilibrada a una red trifásica de 400V de tensión de línea. Dimensionar la batería de condensadores en estrella que será necesario conectar a la línea general que alimenta a esta instalación para corregir el FP a 0,97.



Solución

Solución: La potencia total instalada es $60 \cdot 40 \text{ W} = 2.400 \text{ W}$.

$$\varphi = \arccos 0,6 = 53,13^\circ$$

$$\varphi' = \arccos 0,97 = 14,07^\circ$$

$$Q_c = P(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi') = 2.400 (\operatorname{tg} 53,13^\circ - \operatorname{tg} 14,07^\circ) = 2.598 \text{ VAR}$$

La potencia de cada una de las fases de la batería de condensadores será la tercera parte de la total:

$$Q_c = \frac{2.598}{3} = 866 \text{ VAR}$$

La corriente de fase de cada condensador la calculamos partiendo de esta potencia y de que el condensador está sometido a la tensión de fase por estar conectado en estrella:

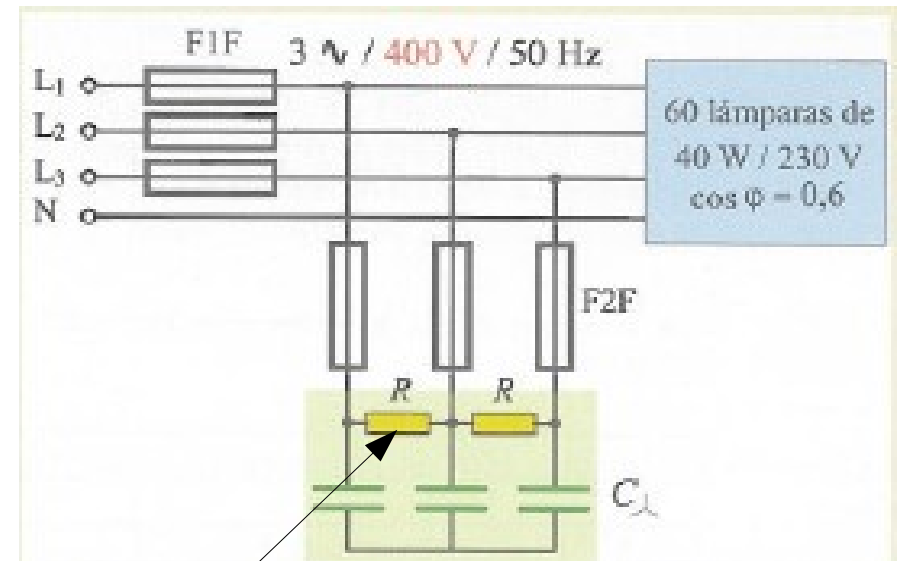
$$Q_c = U_f I_{fc} \Rightarrow I_{fc} = \frac{Q_c}{U_f} = \frac{866}{230} = 3,77 \text{ A}$$

Ahora ya podemos calcular la reactancia y la capacidad del condensador:

$$X_c = \frac{U_f}{I_{fc}} = \frac{230}{3,77} = 61 \Omega$$

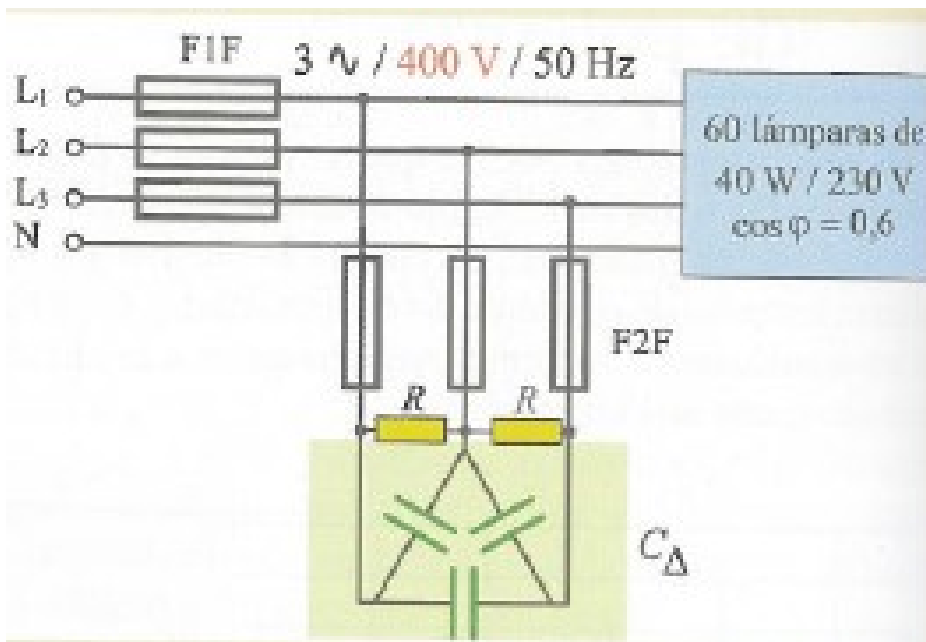
$$C = \frac{1}{2\pi f X_c} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 61} = 52 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

La batería trifásica deberá poseer una potencia reactiva de 2.598 VAR a 400 V y está compuesta por 3 condensadores de 52 μF a 230 V conectados en estrella.



Nota: Las resistencias de descarga, que se han conectado entre las fases de la batería de condensadores, son para que los condensadores se descarguen por ellas cuando se desconecta la misma de la red, tal como se indica en el Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión ITC-BT 48: «Si la carga residual de los condensadores pudiera poner en peligro a las personas, llevarán un dispositivo automático de descarga o se colocará una inscripción que advierta este peligro».

Ejemplo 2:



- Determinar las características de la batería de condensadores en triángulo que sería necesario conectar para corregir el FP.

Solución

- La potencia reactiva de la batería será exactamente igual, incluso la corriente de la línea que alimenta la batería. Lo que sí es diferente es la tensión a la que trabaja cada condensador. En este caso los condensadores quedan sometidos a la tensión de línea. Por consiguiente, se verá afectada la capacitancia de cada condensador.

$$I_{fC} = \frac{Q_C}{U_L} = \frac{866}{400} = 2,17 \text{ A}$$

$$X_C = \frac{U_L}{I_{fC}} = \frac{400}{2,17} = 184,3 \text{ } \Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 184,3} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

Batería trifásica de condensadores de 2.598 VAR/400 V compuesta por 3 condensadores de 17 μ F a 400 V.

Con la batería en triángulo se consiguen condensadores de menor capacidad pero de mayor tensión nominal que con una batería en estrella.