

Utilidad de la estadística en la ingeniería

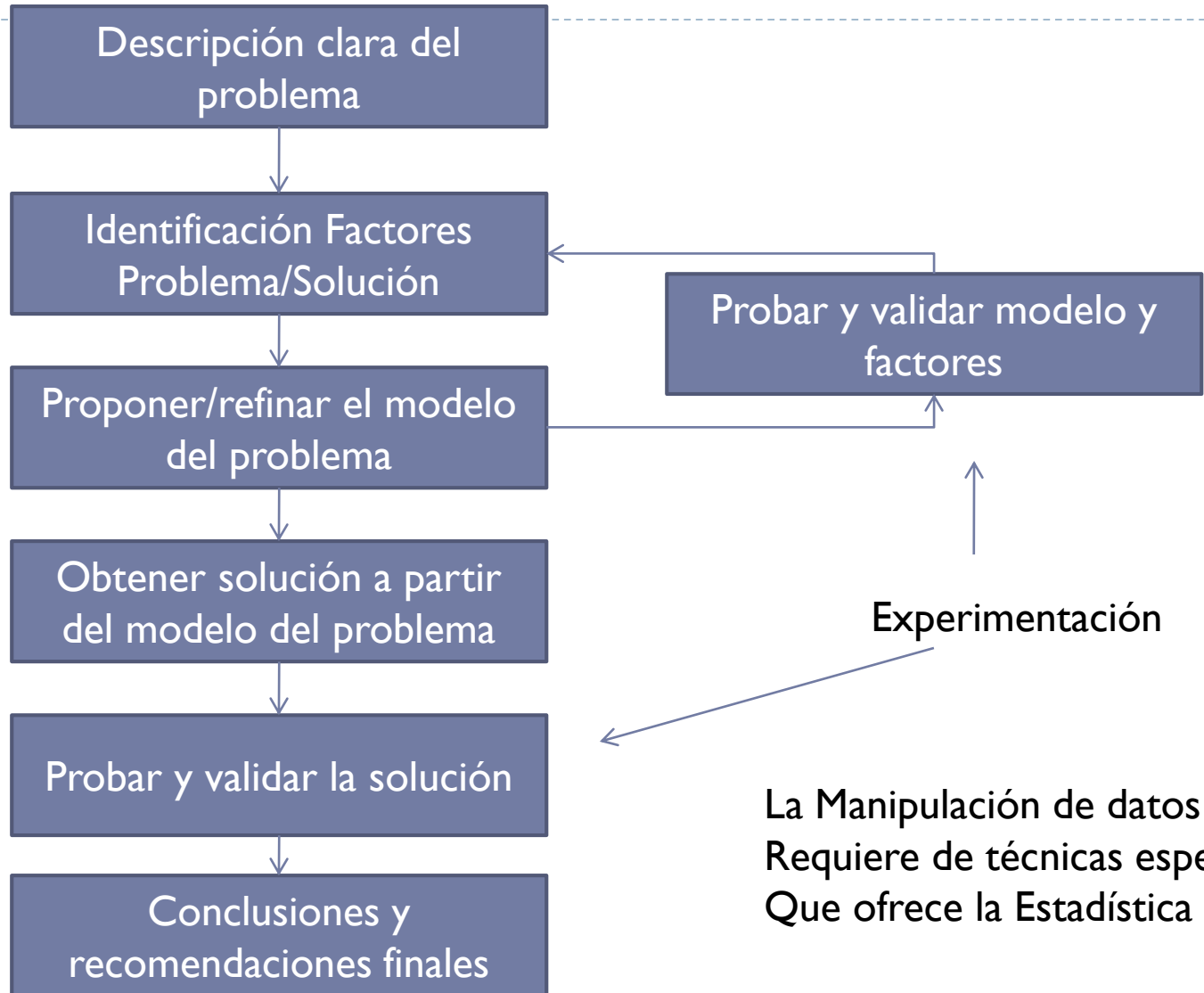
Jhon Jairo Padilla, Ph.D.

La ingeniería y la solución de problemas

- ▶ El Ingeniero resuelve problemas de interés para la sociedad mediante la aplicación eficiente de principios científicos.
- ▶ *Cómo lo hace?* Desarrollando/perfeccionando productos o procesos que satisfagan las necesidades del cliente.
- ▶ Se requiere un método para hacer esto: *Método científico*.



El método científico



Experimento

- ▶ **Experimento:** Proceso o procedimiento que transforma una entrada en una salida.



- ▶ **Experimento determinístico:**
 - ▶ Para una misma entrada, se produce siempre la misma salida en cada repetición del experimento.
- ▶ **Experimento Aleatorio:**
 - ▶ Para una misma entrada, se obtienen diferentes salidas en cada repetición del experimento



Términos

- ▶ **Espacio de muestreo:**

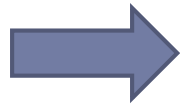
- ▶ El conjunto S de las salidas de un experimento aleatorio es llamado *espacio de muestreo* (o también: *espacio de muestras* o *espacio muestral*) del experimento aleatorio.

- ▶ **Resultados:** Los elementos del espacio de muestras se conocen como *resultados*.

- ▶ La característica clave de un resultado es la *indivisibilidad*. Un resultado no puede ser subdividido en otros resultados más elementales.



Ejemplo: Experimento aleatorio



Población: Todos los posibles resultados ,
 $P=\{0000,0001, \dots, 9998,9999\}$

Medida: Combinación elegida

Intento	Combinación
1	0783
2	2615
3	9742
4	3212
5	2086

Muestras: Los resultados obtenidos durante el experimento. En este caso $S=\{0783, 2615, 9742, 3212, 2086\}$

Por qué las técnicas de la estadística?

- ▶ **Variabilidad:** Las observaciones sucesivas de un *experimento aleatorio* no ofrecen exactamente el mismo resultado.
- ▶ **Fuente de variabilidad:** Todo *experimento aleatorio* tiene factores que introducen variaciones a las observaciones realizadas.
- ▶ La estadística permite describir la **variabilidad** y descubrir cuáles **fuentes de variabilidad** tienen mayor impacto sobre el experimento.



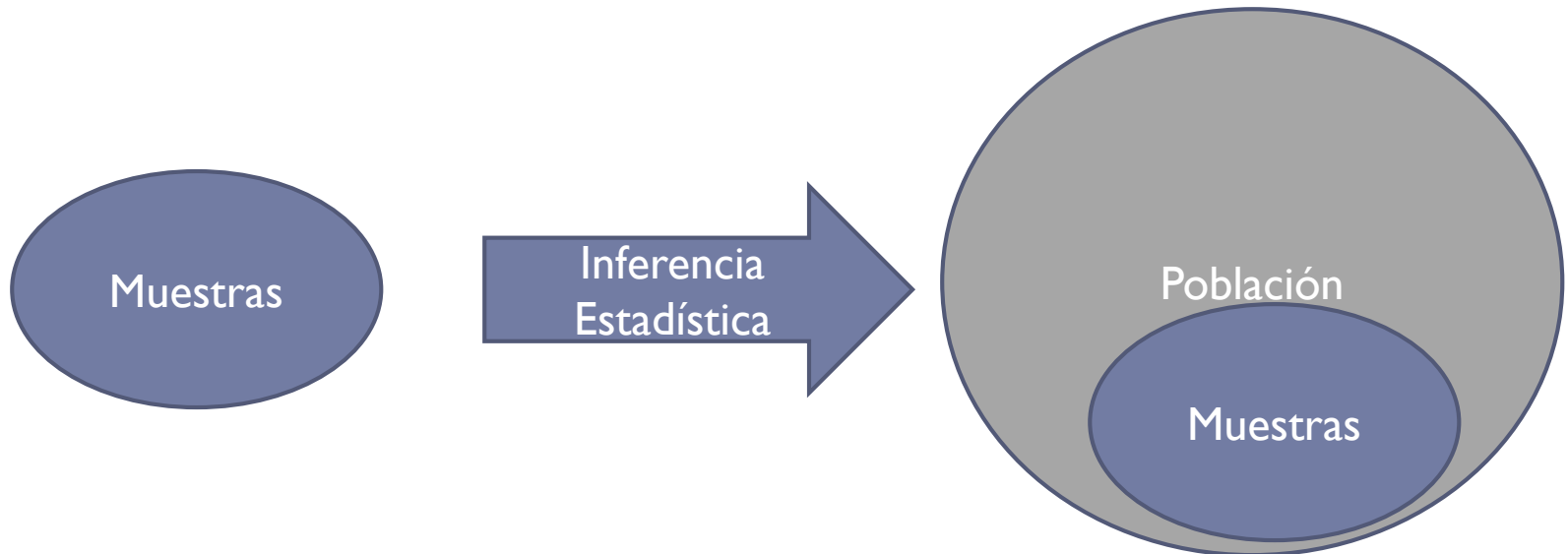
Usos de la estadística

1. Inferencia Estadística
2. Modelado de procesos aleatorios
3. Investigación Experimental
4. Control estadístico de procesos



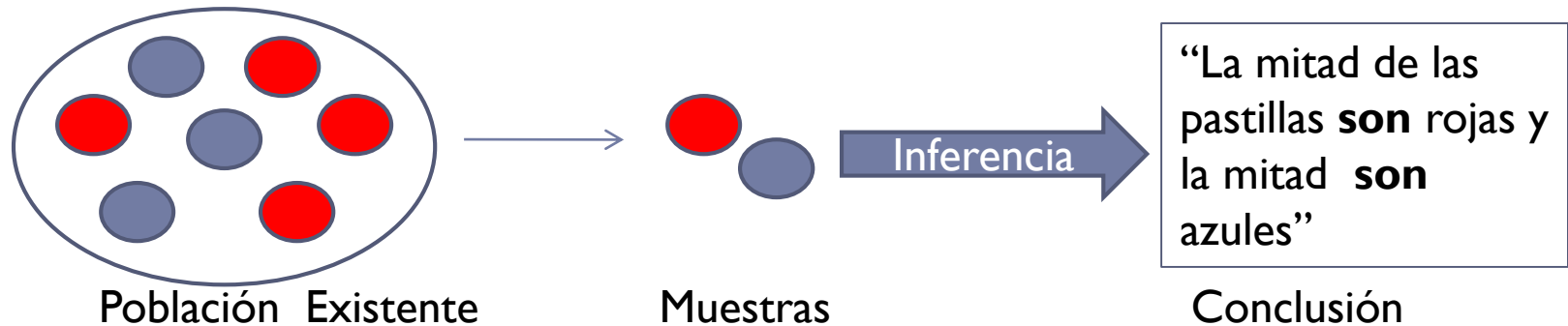
1. Inferencia estadística

- ▶ Se refiere al proceso que se sigue para obtener unas reglas generales (aplicables a toda la población) acerca de un proceso, a partir de las muestras (unos pocos resultados muestreados)

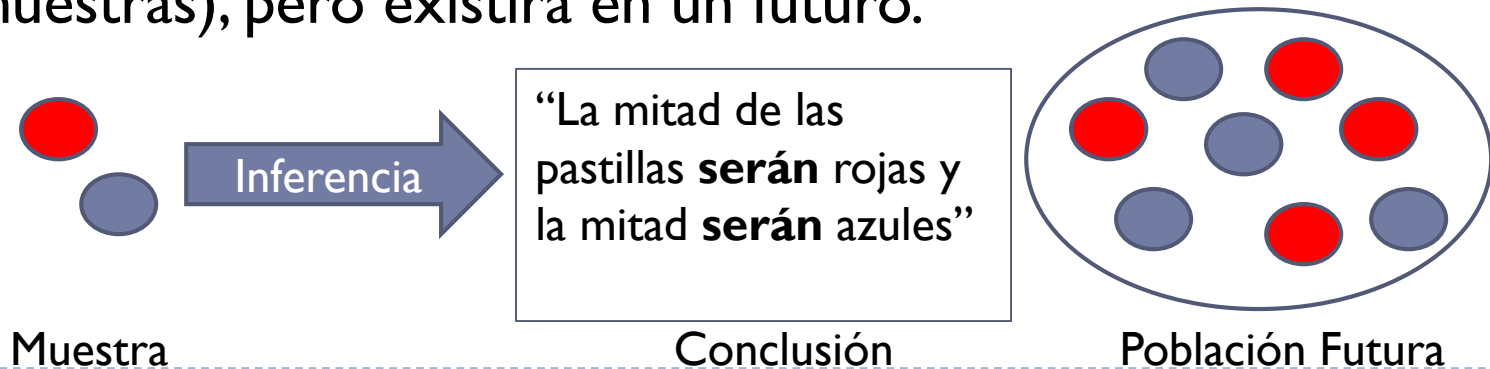


Tipos de Inferencia Estadística

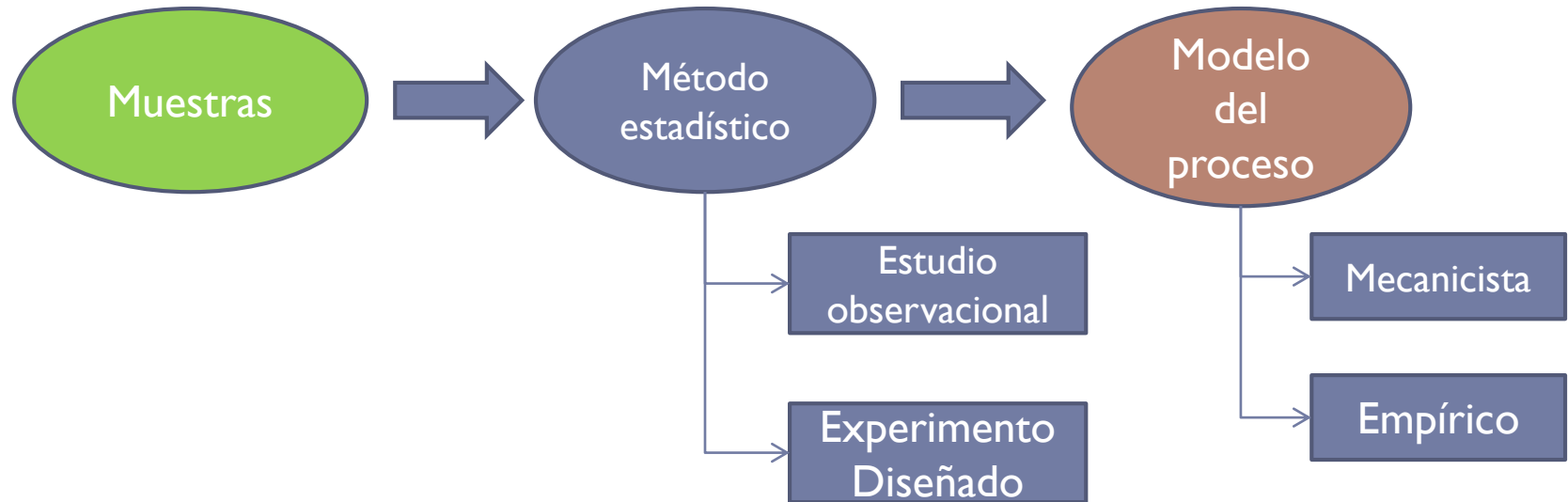
- ▶ **Estudio Enumerativo:** La población existe. Las muestras son tomadas de la población



- ▶ **Estudio Analítico:** La población no existe (sólo existen las muestras), pero existirá en un futuro.



2. Modelado de Procesos Aleatorios



2.1. Tipos de Modelos



▶ **Modelo Mecanicista:**

- ▶ Se construye a partir del conocimiento previo del mecanismo físico básico que relaciona las variables del modelo
- ▶ Ejemplo: Ley de Ohm
 - ▶ Modelo Determinístico:
 $I = E/R$; I: Corriente, E: Voltaje, R: Resistencia
 - ▶ Modelo Estocástico:
 $I = (E/R) + \varepsilon$; I: Corriente, E: Voltaje, R: Resistencia, ε : Efectos de fuentes de variabilidad



2.1. Tipos de Modelos

▶ **Modelo Empírico:**

- ▶ Se aplican los conocimientos científicos y de ingeniería al fenómeno, pero el modelo no se desarrolla directamente de nuestra comprensión teórica o con base en principios fundamentales del mecanismo subyacente.
- ▶ Ejemplo: Sabemos que la Resistencia (R) de un material depende del área (A), de la temperatura (T) y de la conductividad (C) del material. Lo que no sabemos es la relación exacta entre estos factores. Por tanto, podemos suponer que existe una función general

$$R=f(A, T, C)$$

Podría hallarse un modelo a partir de ciertas medidas de un experimento diseñado y llegar a la conclusión que

- ▶ Modelo Determinístico: $R=\beta_1A+(\beta_2/T)+(\beta_3/C)$
- ▶ Modelo Estocástico: $R=\beta_1A+(\beta_2/T)+(\beta_3/C)+\varepsilon$
- ▶ Los parámetros β son desconocidos y deben determinarse. Para esto se utiliza un método conocido como **regresión**.
- ▶ A estos modelos también se los conoce como **modelos de regresión**.

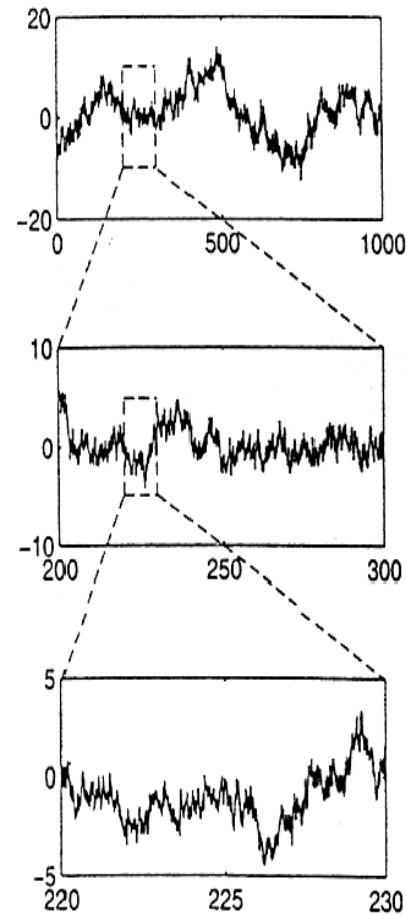
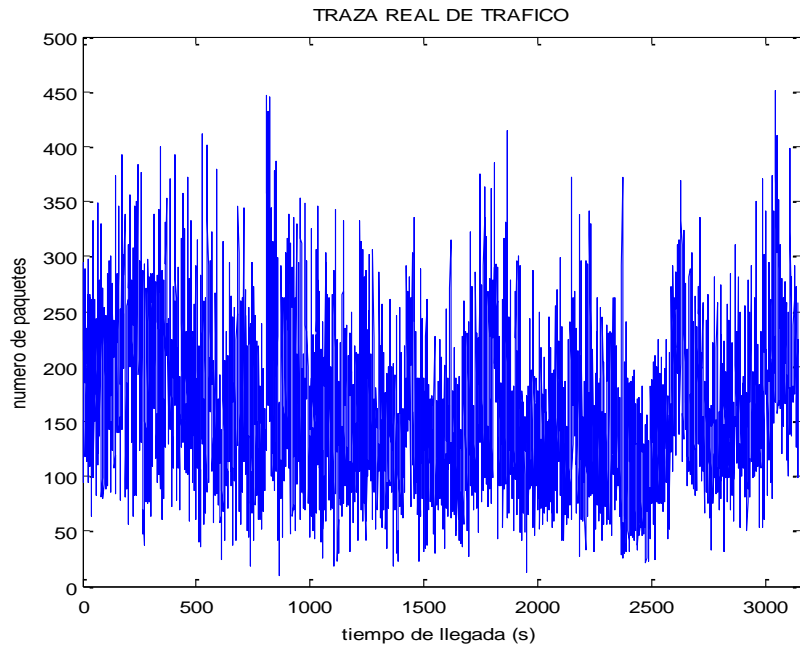


2.2. Métodos Estadísticos de Modelado de procesos aleatorios

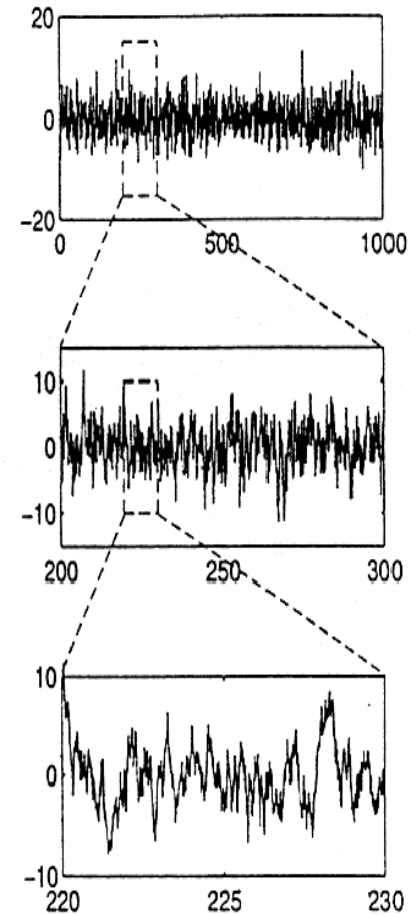
- ▶ Se busca obtener un modelo del proceso. Hay dos tipos:
 - ▶ Estudio observacional:
 - ▶ Se obtienen datos de un proceso conforme se van presentando.
 - ▶ **No hay control sobre ningún factor** que afecte el proceso.
 - ▶ También se pueden observar datos históricos para detectar la causa de ciertos fenómenos en un determinado instante de tiempo.
 - ▶ Experimento diseñado:
 - ▶ Se **realizan cambios deliberados o intencionados** en las variables controlables de un sistema o proceso.
 - ▶ Se observan los resultados obtenidos en las diferentes repeticiones del experimento.
 - ▶ Se saca una conclusión acerca del efecto de las variables sobre los resultados del proceso.



2.2.1. Estudio observacional



(a) Proceso Auto-similar



(b) Proceso no Auto-similar

Traza de tráfico Original con datos capturados en Bellcore Labs, tomando un $\Delta t=500\text{ms}$.

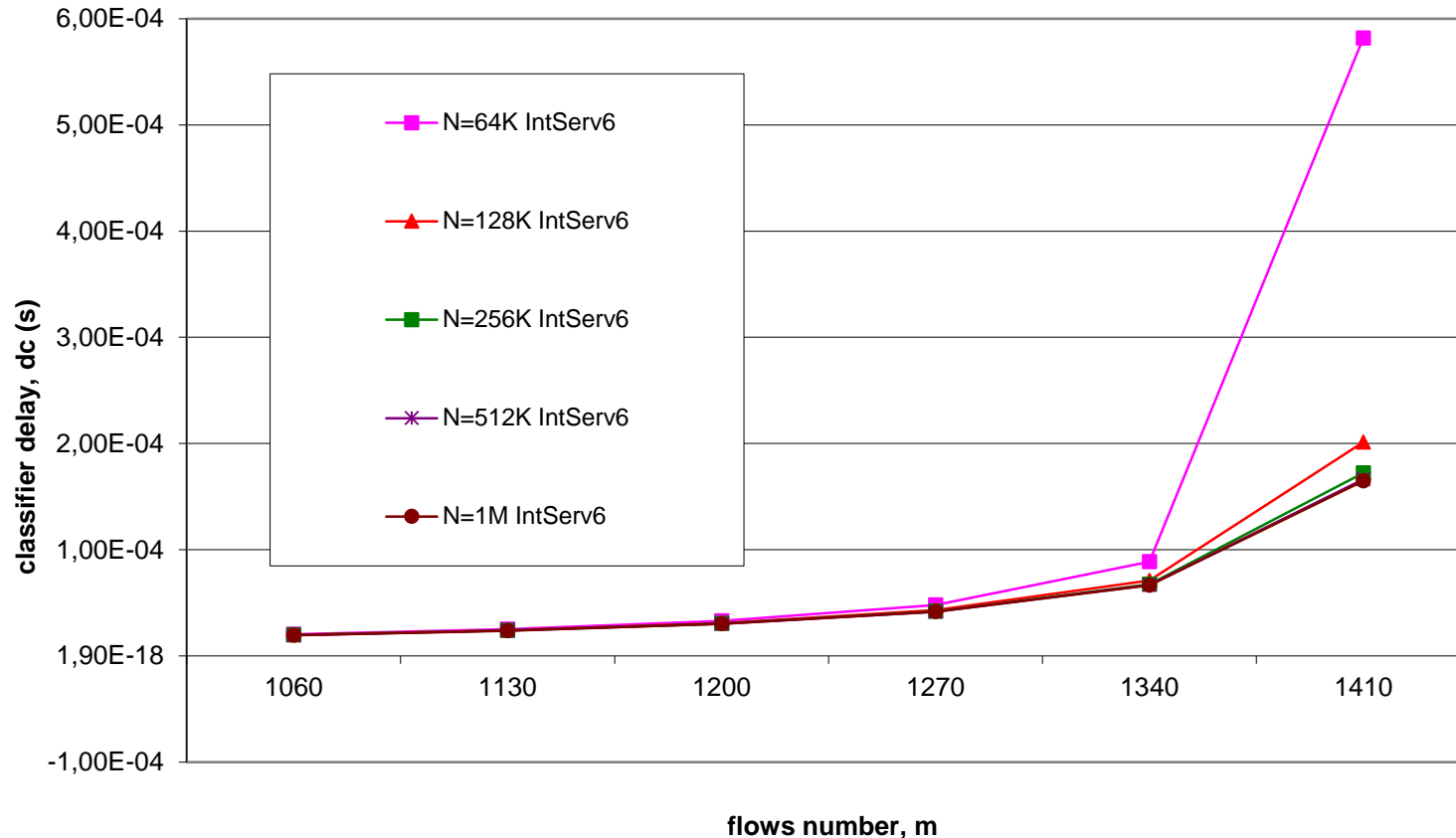
- ▶ De las muestras de tráfico de datos de una Internet, se pudo concluir que el tráfico se comportaba de manera Autosimilar. Esto permite utilizar la teoría de Fractales en este tipo de tráfico.

2.2.2. Experimento diseñado

- ▶ **Objetivo:** Sacar conclusiones acerca del efecto de uno o varios factores en los resultados de un experimento
- ▶ Se requiere repetir el experimento varias veces con diferentes valores de los factores que se supone afectan.
- ▶ Si en una misma repetición se alteran dos o más factores simultáneamente, al experimento se le conoce como **experimento factorial**.
- ▶ **Importante:** *Es necesaria una planeación eficiente y eficaz de los experimentos!*



Ejemplo: Experimento Diseñado



Experimento
Factorial

- ▶ Variación del retardo medio de los paquetes en un dispositivo de encaminamiento al variar: el número de usuarios (m) y el tamaño de una tabla de almacenamiento utilizada (N)

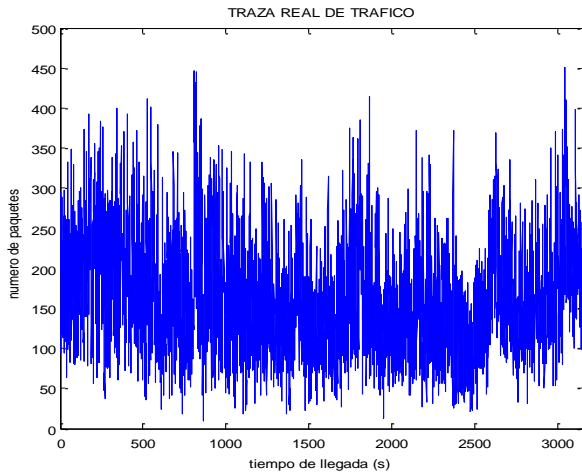
3. Investigación Experimental

- ▶ **Problema:** Procesos en que ninguna teoría matemática tiene una aplicación directa o completa.
- ▶ **Condición:** Se tiene una base de teoría científica subyacente para explicar el fenómeno, pero no se tiene certeza de poder aplicarla.
- ▶ **Objetivo:** Se busca verificar que la teoría científica es operativa en la situación o entorno en que se está aplicando. Se debe realizar una **prueba de una hipótesis estadística**.
- ▶ Por tanto, se requiere *diseñar el experimento* para después probar la viabilidad de la aplicación de la teoría a partir de los resultados obtenidos (prueba de hipótesis).

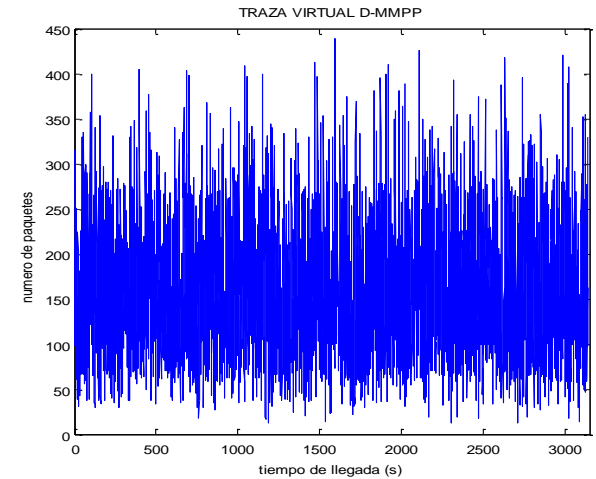


Investigación Experimental. Prueba de hipótesis

DATOS MEDIDOS

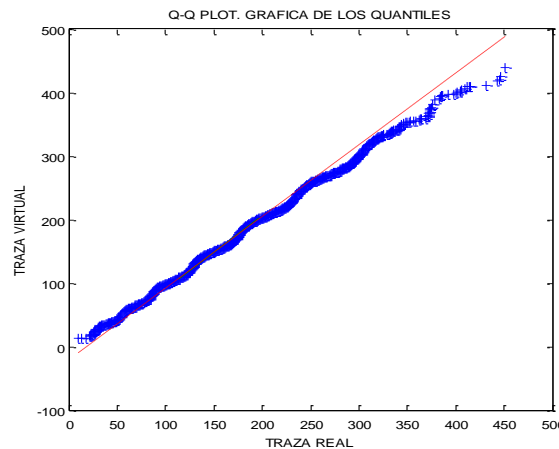


DATOS OBTENIDOS TEORICAMENTE



Se comportan igual o diferente?
Se puede aplicar la teoría para modelar la práctica?

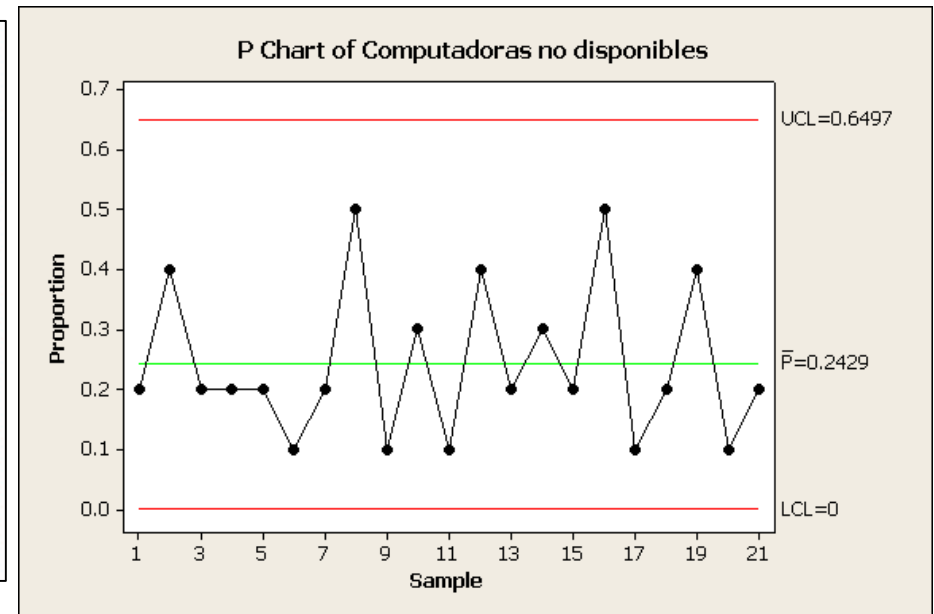
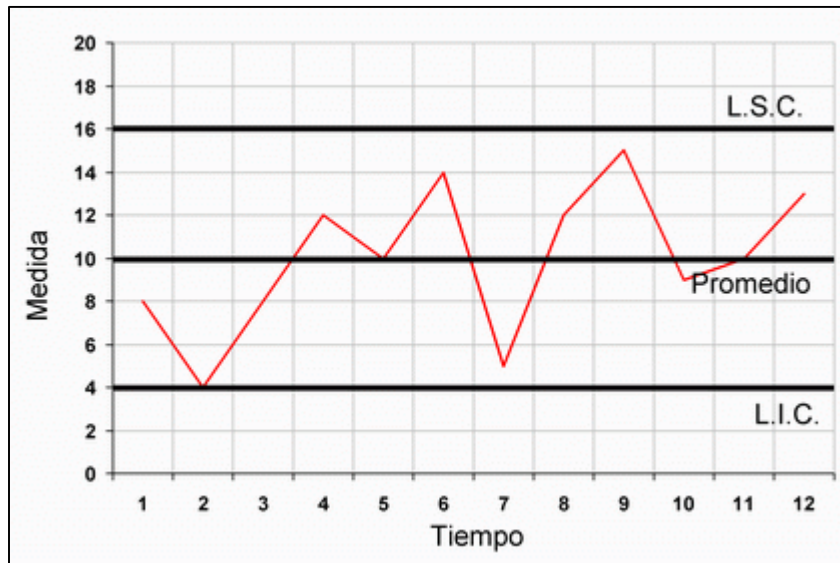
PRUEBA DE HIPÓTESIS



Respuesta:
Se comportan de forma similar, luego, se puede utilizar ese modelo teórico

4. Control estadístico de procesos

- ▶ El objetivo es monitorear, controlar y mejorar un proceso.
- ▶ Se aplica para determinar cuándo aplicar un ajuste a un proceso y de qué magnitud debe ser el ajuste para que los resultados no se salgan de ciertos límites (límite superior y límite inferior).



Diagramas de Control